

觀察物體-空間推理(一)

——以具體積木操作為例——

呂玉英 2017/01

- 一、 教學年級:四、五、六年級
- 二、 教學時間:90 分鐘 (兩節課時)
- 三、 教學設計:呂玉英
- 四、 指導教授:林福來教授
- 五、 教學資源:

(一)教師準備:1.學生 2 人/1 組、2.正方體可相嵌的積木 10 個一袋/1 人、3.學習單 1 份/1 人、4.正方形珍珠板(邊長 10cm²,後面貼有磁性貼紙)20 個、5.有磁性的黑板或白板、6.實物投影機一台。

(二)學生準備: 1.紅、藍原子筆各一枝/1 人、2.1 張 A4 紙/1 人。

六、 教學目標:

(一) 學生能觀察具體積木搭建的立體形體,進行三視圖的編碼¹;同時,也能從已編碼的三視圖,運用具體積木進行搭建立體形體解碼²。透過以上編碼與解碼的歷程中,逐步建立空間的心像與發展空間推理能力。

1. 學生能透過觀察物體的視點不同,把三維立體形體編碼出二維平面視圖。如:前視圖(觀察者正前方稱前視圖,亦稱正面)、側面視圖(觀察者右邊稱右視圖,亦稱右面;觀察者左邊稱左視圖,亦稱左面)、俯視圖(觀察者由上往下看稱俯視圖,亦稱上面)。
2. 學生能理解需要三個平面視圖(如:一個前視圖、一個側視圖、一個俯視圖)才能解碼出一個立體形體的需求。
3. 學生能透過三維立體形體編碼成二維平面的各種視圖轉換過程中,運用邏輯語言(如果…那麼;因為…所以,等推理語言)解釋立體形體編碼成平面視圖是什麼平面圖形,同時,能描述立體形體轉換成平面視圖的歷程中,有哪些幾何性質產生變化以及沒有改變的性質特徵。
4. 學生能透過二維三視平面圖的解碼,搭建三維立體形體。在進行解碼的轉換過程中,培養心像轉換以及具體操作出立體形體。同時,在心像轉換的歷程中,培養對空間位置調整、修正、整合或採用加法、減法等解題策略完成正解。
5. 學生能透過二維平面視圖解碼成三維立體形體的轉換過程中,運用邏輯語言(如果…那麼;因為…所以,等語言)推理其解題過程來

¹ 編碼:意旨觀察空間中的三維具體物件,因應觀察的視點不同,所看到的物體二維平面的視圖也不同。這個歷程稱之為具體物件之編碼。

² 解碼:其與編碼的歷程恰恰相反。意旨因應三維具體物件所編出來多個二維平面視圖,透過這些視圖的空間關係,重新建構原來三維具體物件的歷程稱之為解碼。

說服同儕與老師。

6. 學生能從以上具體積木操作中，積累二維平面視圖解碼成三維立體形體的轉換經驗，逐漸豐富空間的心像轉換，以及透過推理語言的溝通，歸納出解決已知的二維平面視圖搭建三維立體形體的系統性的分析、調整、檢驗的程序性知識。
7. 學生能在給定的條件，如：已知兩個二維平面視圖和一個未知的平面視圖。以及給定的 4 個立體圖形，進行平面視圖與立體圖形之間的空間推理的分析與論述(如：因為…所以；如果…那麼等)，最後完成正解。

七、 教學核心活動：

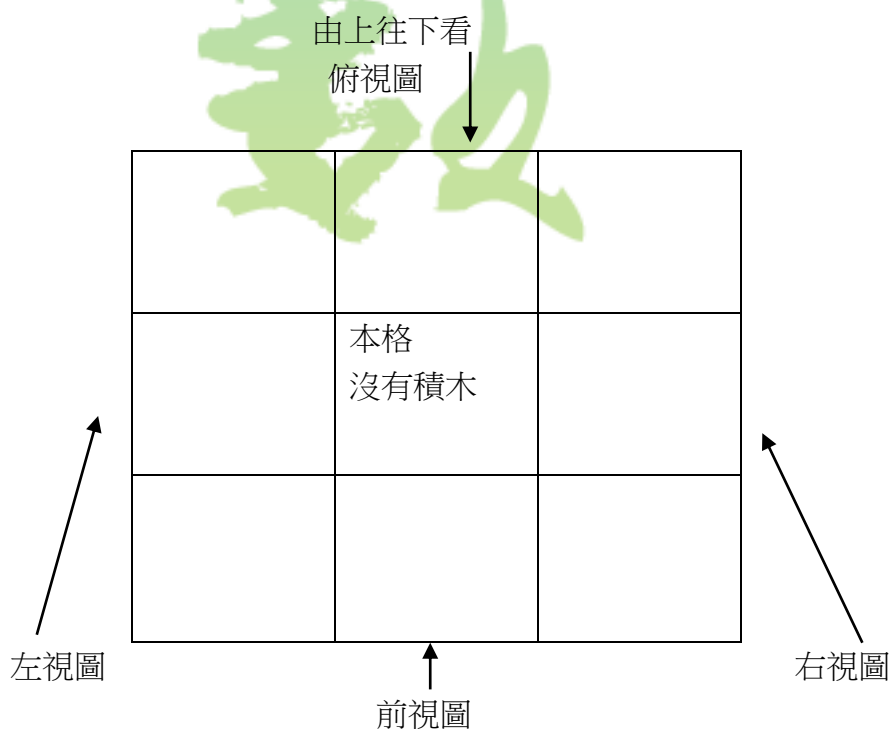
- (一) 學生能觀察積木所搭建的第一層和第二層的立體形體，依其視點的不同，將三維物體形體編碼成二維平面視圖，並畫在表格上。
 1. 如：依前視點觀察立體圖形畫出前視圖（正面）、依側視點觀察立體圖形畫出側視圖(左視圖亦稱左面；右視圖亦稱右面)、依由上俯瞰立體形體畫出俯視圖(上面)。
 2. 透過編碼二維平面視圖的過程，理解需要三個二維平面視圖才能搭建一個立體形體。如：一個前視圖、一個側視圖以及一個俯視圖，才可能搭建出一個三維立體形體。
 3. 觀察、比較、分析與推理出三維立體形體和二維平面視圖之間幾何性質的變(什麼東西產生變化或不見了)與不變(什麼性質保留)的特徵。(有關第一層、第二層的二維平面視圖和原來的三維立體形體，進行觀察、比較、分析與推理)
- (二) 學生依據學習單提供的三個二維平面視圖(學習單二. 圖(1))，透過操作具體積木，嘗試解碼三個平面視圖，藉由嘗試、調整、修正、註記或先後順序、…等等方法，完成搭建唯一解的具體三維物體形體。
 1. 教師說明學生進行具體操作過程中，要進行的學習任務：
 - (1) 學生一面具體操作解碼的過程中，一面思考並自我監控如何完成解題任務。
 - (2) 學生嘗試在進行解碼的過程中，可以在二維平面視圖上加上標記、記號、畫○、打 v …等等，以幫助避免重複或錯誤發生。
 - (3) 分享搭建三維立體形體過程中的方法、程序(先後順序)等解題策略，並用邏輯語言描述其推理的合理性(因為…所以；如果…那麼、…等等)。
- (三) 兩人合作解題(學習單三. 圖(2)、(3)、(4))。提供積木讓學生具體操作三個二維三視平面圖形，搭建出一個三維立體形體。
 1. 學生能向全班分享成功解題的情形。
 2. 學生能運用邏輯語言說明搭建過程的想法與做法。

3. 全班合作歸納出解題策略，並說明解題策略中空間推理的過程。
- (四) 兩人合作挑戰解題(學習單四.圖(5)，不提供積木操作)。題目:有兩個已知的二維平面視圖和一個未知的二維平面視圖，提供四個搭建的三維立體圖形，請勾選出符合以上條件的立體圖形，並說明合理的解。
1. 學生能嘗試說出可以搭建的三維立體圖形有哪些?
 2. 學生能依據已知條件推論三維立體圖形的合理性以及不合理的依據。
 3. 學生根據其推論合理的三維立體圖形，畫出未知的二維平面視圖。並提出合理的解釋與推論。
- (五) 學生嘗試歸納本節學習的內容或摘要；提出個人的發現與心得分享。
1. 學生能嘗試描述本學習活動中，他學到什麼數學知識或技能。
 2. 學生能嘗試歸納本學習活動中，他學到從三個二維視圖如何搭建一個具體積木而成的三維立體形體的方法及其搭建的過程(高年級要求:有程序性或系統性)。
 3. 學生能嘗試描述學習本學習活動中，他發現:觀察物體有許多不同的觀點或其他發現。
 4. 學生能描述學習本學習活動的心得:情意、感覺、...等等。

八、教師操作學習單的情形:

活動一:

(一)老師先用大型正立方體積木(幼稚園或低年級使用的學具)搭建第一層的立體形體(以下以平面圖形表示)如下:



1. 首先，老師搭建好第一層的立體形體(如上圖，教師可自行設計)，把它放在袋子裡。教師只讓學生看到立體形體的前面視圖(其餘的形

體隱藏在袋子裡，學生看不到)，然後要求學生把看到的圖形畫到表格中，並註明:前視圖(或正面)。

2. 接著，請學生選擇一個側面視圖(右面或是左面)，學生觀察側面的立體形體，並在表格中畫下平面圖形，註明:右視圖(右面)或左視圖(左面)。
 3. 然後，教師要求學生搭建出和袋子裡一樣的立體形體，讓學生察覺需要有三個平面視圖才能搭建出正確的立體形體的需求感。
 4. 教師再詢問學生需要哪個平面視圖才能完成搭建第一層的立體形體?讓學生腦子思考搭建形體，還需要哪個平面視圖。
 5. 最後，讓學生依照三個平面視圖搭建出第一層立體形體，並檢核其和袋子裡的立體形體是否吻合?
 6. 學生嘗試歸納:需要哪幾個平面視圖，才能搭建出正確的立體形體。
- (二) 教師在第一層立體形體上搭建第二層積木。然後，仿第一層立體形體要求學生編碼出三個平面視圖:如前視圖、側視圖(右面或左面)、俯視圖各一個。並畫在下面格子裡，並註明名稱。
- (三) 教師要求學生對三維立體形體和二維平面視圖進行觀察、比較與分析，並回答下列問題:
1. 三維立體形體轉成二維平面視圖的過程中，發現那些物體或性質變了?怎麼變?
 2. 三維立體形體轉成二維平面視圖的過程中，發現那些物體或性質不變?

活動二:依據學習單的活動，要求學生一面動手操作積木搭建形體，一面記住搭建立體形體的先後歷程。

1. 學生出來分享搭建的歷程(教師介入要求學生使用推理語言描述)。教師一方面幫助學生展示給班上同學觀看(因應觀察物體的相對位置，能進行恰當的描述)，另一方面要求學生進行空間正確位置的溝通。
2. 當學生分享搭建歷程後，教師要求學生回顧與反思其搭建的歷程。教師介入，板書學生搭建立體形體的程序性的知識，搭建的歷程如下:
 - (1) 前視圖 → 右視圖 → 俯視圖。
 - (2) 俯視圖 → 前視圖 → 右視圖。
3. 學生嘗試歸納出幾種搭建的類型。

活動三:解決問題。

1. 依據學習單提出三個問題，讓學生從操作積木搭建立體型的歷程中，累積其對平面視圖與的空間形體間的心像轉換能力;同時，培養學生分享解題過程中，能使用推理語言描述搭建的邏輯關係，以說明其成功搭建立體形體的唯一解。

2. 學生自行歸納其解題的策略(或方法)及其歷程。

活動四: 解決問題:用推理語言來說明與評斷成功的解和不成功的解。

1. 布題:已知兩個平面視圖和一個未知平面視圖,對下面四個平面立體圖形,提出合理的論述,說明符合已知條件的立體形體的平面圖形。
2. 因應解題的論述,把合於推理的未知平面視圖,所有可能性的圖形畫在下面格子裡,並回答搭建立體形體所用的積木數量可能是多少。

