

《數學奠基活動模組：等差數列_國中八年級》

活動名稱：數列魔法

設計者：台北市興雅國中 吳如皓老師、林壽福老師

壹、活動器材：每人一副撲克牌；相關文具及學習單。

貳、活動說明：

一、單元主題說明：

- (一) 觀察含藏數列規律的撲克牌魔術，並試著去分析其中的可能。經歷尋找規律、發現規律、使用規律、創造規律的完整歷程。
- (二) 適用年級：八年級(下學期)可搭配等差數列課程，若就數學探究的學習來說六年級到九年級皆適合。

二、活動目標與核心概念：

- (一) 讓學生親身經驗把混亂的撲克牌變成有規律的序列，在這歷程中學生用所得到的經驗去認識數列，在發展破解魔術的策略的過程中體會規律在數列中的意義。
- (二) 能利用等差數列的規則，認識從「位置」推算出「牌點」、從「牌點」推算出「位置」的策略，讓學生對規律的使用有更豐富的經驗。
- (三) 學生可以自己造有規律的數列，並嘗試去描述其規律、使用其規律。

參、活動流程(可含先備活動與進階活動)

一、魔術活動：

(一)魔術表演

1. 老師拿出一副撲克牌，展開牌讓學生從中任意抽走一張牌，該學生將牌拿給全場其他學生看（不讓老師看到），在記好該張牌的花色和點數後，將牌藏起來。老師此時拿起剩餘牌湊到耳朵「聽」一下！立即能精準講出抽走那張牌的花色和點數。

2. 建議老師這時候可以表演兩次：

第一次拿整副都是同樣牌的單點牌，在表演完之後，可以讓學生知道老師使用道具牌。

接下來第二次就厲害囉，老師不用道具牌，（也就是說數學就是老師的道具），先展示出一串張張都不相同的撲克牌，然後再開始表演。

而這一次老師使用的牌如下：

花色順序為：梅花→方塊→紅心→黑桃→梅花→方塊→紅心→黑桃→……

點數規律為：前一張點數加 3



因為牌組有規律，當觀眾抽走一張牌時，只要偷看觀眾抽走的前一張，就可以推算出觀眾抽走的牌。

(二)關鍵提問與追問：(魔術表演完後，不直接進行破解，先鼓勵學生問問題)

1. 老師提問：「你們覺得老師是透過什麼來知道觀眾的牌是什麼？」師生一起討論，可以透過什麼來得到什麼。
2. 學生從不是用聽出來的，於是修改成用猜的、用看的、用算的、用推論出來的。進一步問「要看什麼？」「要透過什麼來算、來推論？」最後聚焦在透過剩下的 51 張牌推論出觀眾的牌。
3. 學生很可能問是否要洗牌的問題，這時候可以引發兩方面的討論：「如果洗牌，接下來可以怎麼做；如果不洗牌，接下來可以怎麼做？」若身處時間有限的課堂，老師可以先處理掉洗牌後的混亂牌組的推論方式，讓學生聚焦於規律的出現與規律的作用。

二. 學生的操作與觀察

(一)操作前的討論

1. 老師提問：「如何從 52 張牌隨意抽一張都能推算出來，是較困難的問題，有機會化簡問題嗎？」
2. 先把問題化簡成：「從 13 張牌隨意抽一張都能推算出來」。這樣張數變少，而且不用考慮花色。

(二)學生操作並發表想法

1. 得出化簡策略後，學生挑出同花色的 13 張牌(或 13 張以下)來操作。
2. 讓學生可以發表其想法，並就學生的想法發展出各種策略，並做比較。得到可以用在 52 張牌也能使用的策略。

3. 洗牌或不洗牌的兩種討論

洗牌後的推論：

- ① 透過少了哪一張來推論。
- ② 透過牌點總和比原來少了多少來推論。
(都很難推廣至整副牌的操作)

不洗牌的推論：

- ① 一開始記好 13 個位置的牌，看觀眾抽第幾張，就背出該位置的牌。
- ② 記住規律，例如按小到大順序排 1 到 13，看觀眾抽第多少張，那張就是多少。
- ③ 按小到大順序排 1 到 13，看觀眾抽牌位置那附近的幾張牌，就可以知道少的是什麼。
- ④ 把總和為 13 得牌兩兩擺在一起，看觀眾抽牌位置那附近的幾張牌，就可以算出少的是什麼。
- ⑤ 如果每一張牌與前一張牌的關係都一樣，不論觀眾抽哪一張，都可以用前一張推論出觀眾的牌。
- ⑥ 其他規律來推論。

三. 魔術的解答的想像與展現

(一) 破解老師牌組前的討論

準備展示老師牌組讓學生推測其中的規律。在展示之前，老師先問：「現在來破解剛剛老師撲克牌的規律。你們覺得，整副牌全部一起看比較好，還是看完一張想一想然後再看下一張看比較好？」

「一個是在完整資訊下做準確的判斷，另一個是在有限資訊下做無限的猜測。你們覺得呢？」

(二) 逐一觀察老師的牌並猜測其關規律。

猜測老師剛剛表演魔術的牌的規律。

第一張：只能亂猜。

第二張：只知道第一張，前後關係也只能亂猜。

第三張：看到前兩張，可以依據這兩張的關係來猜測整副牌前後張的關係。

例如看到第一張是 1、第二張是 4，可以猜下一張是 7(因為是前項加 3)、9(因為第 3 項是 3 的平方)、5(因為是前兩項之和)、13(因為是前項乘以 3 加 1)..... 等。

第四張、第五張...：檢驗(修正)之前的猜測。

四. 學生使用規律表演魔術

(一) 排序前的討論

1. 老師提問：「你們可否想到很快把牌牌好的方式？」
2. 請在紙上把整副牌先記錄下來。再擬定怎麼去牌。(依著記錄的內容來分類排序，會較有效率)

(二) 動手排序

1. 將混亂的撲克牌變成規律數列。
2. 使用此排序的規律完成魔術表演，學生兩兩一組，表演給對方看。

五. 學生自行設計不同規律的魔術排列

- (一) 請學生設計一串可以表演聽牌術的數列。並且用文字描述自己寫出的規律。(請參見學習單)
- (二) 觀摩同學的作品並寫下一組同學的設計。(請參見學習單)

肆、學習單：

數列魔法設計單

學會「聽牌術」魔術後，只要把數學規律放進撲克牌裡面，你就可以變成一個小魔術師了。接下來的學習單，將考驗你除了可以使用老師的規律變魔術之外，可否創造自己的規律來變魔術？用心想一想，用自己的話完成此學習單，才是這個活動最完美的學習者。加油！

我的姓名是：

如果你有 11 張空白的紙卡，在上面可以寫下任意的數。請設計出一副可以表演魔術(別人抽走一張後你有辦法知道那一張的數字)的紙卡。

一. 我的精采設計：

第幾張	1	2	3	4	5	10	11
數字							

清楚且完整地描述這個數列：

二. 同學的精采設計：

第幾張	1	2	3	4	5	10	11
數字							

清楚且完整地描述這個數列：

伍、學習回饋：

在學習「聽牌術」之後，度過了快樂的時光，現在請你用心想一想，「聽牌術」帶給你(妳)的感覺是什麼呢？你(妳)學了些什麼？請用自己的話寫下來。

(一)我的感覺是：

(二)我覺得最有趣的是：

(三)我還想要知道的是：

我的名字是：()

103年()月()日