單元一：乘法公式

課文Ａ：分配律

國一時我們就曾學過分配律。

像是 $2(3x-2)$ 括號內的 $3x$ 和 -2 共同擁有括號外的 2，因此去括號的時候，要將 2 分下去，也就是

$$2(3x-2)=2\times 3x-2\times 2=6x-4$$

如果我們改用 $a(b+c)$ 來說，括號內的 b 和 c 共同擁有括號外的 a，因此去括號的時候，要將 a 分下去，也就是

$$a(b+c)=ab+ac$$

上了國二，我們要來學一下 $(a+b)(c+d)$，它是兩個括號相乘。

我們可以運用國一學過的分配律，把 $(a+b)(c+d)$ 想像成後面括號內的 c 和 d 共同擁有括號外的 $(a+b)$，然後把整個 $(a+b)$ 分下去，就是

$$\boxed{(a+b)}(c+d)=(a+b)c+(a+b)d$$

從上面的式子中，我們知道把整個 $(a+b)$ 分下去後會得到

$(a+b)c+(a+b)d$。

接著我們來看看（a+b）c 和（a+b）d。

（a+b）c 代表的意思是（a+b）× c，而乘法具有交換律，換句話說（a+b）× c=c ×（a+b），所以我們可以知道（a+b）c 也可以寫成 c（a+b），也就是括號內的 a 和 b 共同擁有括號外的 c。同樣的道理，(a+b）d 也可以寫成 d（a+b），也就是括號內的 a 和 b 共同擁有括號外的 d。所以上面的算式可以再寫成下面的結果

$$
\begin{aligned}
\boxed{(a+b)}(c+d) &= (a+b)c+(a+b)d \\
&= c(a+b)+d(a+b) \\
&= ca+cb+da+db \\
&= ac+ad+bc+bd
\end{aligned}
$$

因此我們就可以得到（a+b）(c+d）=ac+ad+bc+bd 的結果。

☆心得筆記

如果我們不想每次計算 $(a+b)(c+d)$ 這樣的式子時，都這麼麻煩。

有沒有什麼「規律」可以讓我們直接寫出

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 的結果的呢？

我們不妨來仔細觀察一下這個式子。

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

你有沒有發現乘出來結果 $ac+ad+bc+bd$ 中的第一項 ac 是前面括號內的 a 乘以後面括號內的 c，第二項 ad 是前面括號內的 a 乘以後面括號內的 d，第三項 bc 是前面括號內的 b 乘以後面括號內的 c，而第四項 bd 則是前面括號內的 b 乘以後面括號內的 d。我們可以用下面的圖示來表示

$$(a+b)(c+d)=\underset{1}{ac}+\underset{2}{ad}+\underset{3}{bc}+\underset{4}{bd}$$

從上面的圖示中，我們不難發現，前面括號內的 a 在第 1 步驟和第 2 步驟中分別乘上了後面括號內的 c 和 d。換句話說，前面括號內的 a 把後面括號內的 c 和 d 都乘了一遍。接著在第 3 步驟和第 4 步驟中，前面括號內的 b，同樣也把後面括號內的 c 和 d 給乘了一遍。

所以我們可以這麼說，$(a+b)(c+d)$ 這兩個括號相乘，其實就是前面括號內的 a 要乘上後面括號內的 c 和 d，而前面括號內的 b 也要乘上後面括號內的 c 和 d。

我們可以寫出四個步驟來描述（a＋b）（c＋d）這兩個括號相乘的過程。

⊙第一步：

前面的第一項乘以後面的第一項。也就是 a 乘以 c，得到 ac。

⊙第二步：

前面的第一項乘以後面的第二項。也就是 a 乘以 d，得到 ad。

⊙第三步：

前面的第二項乘以後面的第一項。也就是 b 乘以 c，得到 bc。

⊙第四步：

前面的第二項乘以後面的第二項。也就是 b 乘以 d，得到 bd。

$$(a+b)(c+d)=\underset{1}{ac}+\underset{2}{ad}+\underset{3}{bc}+\underset{4}{bd}$$

接下來讓我們用這四個例子練習看看!!

Ex 1：利用分配律計算 101 × 301。

Ex 2：利用分配律計算 $60\frac{1}{2}\times 30\frac{1}{3}$

Ex 3：利用分配律計算 $101\times 99\frac{1}{2}$。

Ex 4：利用分配律計算 $99\frac{4}{5}\times 199\frac{1}{2}$。

Ex 1：利用分配律計算 101 × 301。

◎解題思維：

要計算 101 × 301 並不是一件太難的事，其實只要直接乘開就可以得到答案 30401。

但是題目指定要用分配律，所以我們就要想一想 101 × 301 怎麼用上面學到的（a＋b）（c＋d）＝ac＋ad＋bc＋bd 來解決？

首先我們觀察 101 × 301 這個算式，你有沒有發現 101 和 100 很接近，而 301 和 300 很接近，如果是 100 × 300，一下子就可以寫出答案 30000，連算都不用算。

但是畢竟原來的題目並不是 100 × 300，而是 101 × 301，所以我們不能直接把它改成 100 × 300。

那我們可不可以試著把 101 當成（100＋1），把 301 當成（300＋1），看看會變成怎樣。

如果我們把 101 當成（100＋1），把 301 當成（300＋1），那麼就會得到下面的式子。

101 × 301＝（100＋1）×（300＋1）＝（100＋1）（300＋1）

這時候分配律（a＋b）(c＋d）＝ac＋ad＋bc＋bd 就可以派上用場了。

因為（100＋1）(300＋1）和（a＋b）(c＋d）結構上是一樣的。我們可以把它們寫在一塊，仔細觀察一下。

$$(100+1)(300+1)$$

$$(a+b)(c+d)$$

你有沒有發現兩個式子結構一模一樣，

其中 a 就是 100，b 是 1，c 是 300，d 也是 1。

而因為（a＋b）(c＋d）＝ac＋ad＋bc＋bd，所以

$$(100+1)(300+1)=\underset{1}{100\times300}+\underset{2}{100\times1}+\underset{3}{1\times300}+\underset{4}{1\times1}$$

$$=30000+100+300+1$$

$$=30401$$

我們就可以利用分配律算出答案了。

$\boxed{解}$：

$$101\times301=(100+1)(300+1)=100\times300+100\times1+1\times300+1\times1$$

$$=30000+100+300+1$$

$$=30401$$

Ex 2：利用分配律計算 $60\frac{1}{2}\times 30\frac{1}{3}$。

$\boxed{\text{解}}$：$\left(60+\frac{1}{2}\right)\left(30+\frac{1}{3}\right)$ $=60\times\overset{1}{30}+60\times\frac{1}{3}\overset{2}{+}\frac{1}{2}\times\overset{3}{30}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ 4

$=1800+20+15+\frac{1}{6}$

$=1835\frac{1}{6}$

有了上面兩道題目的經驗，我們可以藉由分配律的幫助，更快作出計算。接下來我們要再來嘗試兩道題目，讓我們更熟悉分配律的應用。

Ex 3：利用分配律計算$101\ \times\ 99\frac{1}{2}$。

◎解題思維：

當我們嘗試要利用分配律去解決 $101\ \times\ 99\frac{1}{2}$ 時，我們可以把它寫成 $(100+1)\left(99+\frac{1}{2}\right)$，但是你會發現將 $99\frac{1}{2}$ 改為$\left(99+\frac{1}{2}\right)$，並不是一個方便的數字，如果能夠可以將 $99\frac{1}{2}$ 改為$\left(100-\frac{1}{2}\right)$，似乎會比較好計算。因此我們嘗試把 $101\ \times\ 99\frac{1}{2}$ 改成$(100+1)\left(100-\frac{1}{2}\right)$。接著我們就用分配律來進行計算

$$101 \quad \times \quad 99\tfrac{1}{2} = (100+1)\left(100-\tfrac{1}{2}\right)$$

$$= \overset{1}{100\times 100} - \overset{2}{100\times\frac{1}{2}} + \overset{3}{1\times 100} - \overset{4}{1\times\frac{1}{2}}$$

$$= 10000 - 50 + 100 - \tfrac{1}{2}$$

$$= 10049\tfrac{1}{2}$$

從上面的算式中，你有沒有發現和前面作法不同的地方？

當我們在進行第二步，也就是將前面的第一項乘以後面的第二項時，前面的第一項是 100，而後面的第二項，並不只是$\frac{1}{2}$。事實上，後面的第二項是$-\frac{1}{2}$，因為在數學式中的「項」包含前面的符號。所以前面的第一項乘以後面的第二項就會是$100\times(-\frac{1}{2})$，寫成$-100\times\frac{1}{2}$。

同樣的道理，進行第四步，也就是將前面的第二項乘以後面的第二項時，也應該是$+1\times(-\frac{1}{2})$，寫成$-1\times\frac{1}{2}$。這就是在這道題目中要特別注意的地方。

$\boxed{解}$：

$$101 \quad \times \quad 99\tfrac{1}{2} = (100+1)\left(100-\tfrac{1}{2}\right)$$

$$= 100\times 100 - 100\times\tfrac{1}{2} + 1\times 100 - 1\times\tfrac{1}{2}$$

$$= 10000 - 50 + 100 - \tfrac{1}{2}$$

$$= 10049\tfrac{1}{2}$$

有了上面這題的經驗，我們學會兩件事，第一，像是 $99\frac{1}{2}$ 這樣的數如果改為$\left(100-\frac{1}{2}\right)$，會比較好計算。第二，數學式中的「項」包含前面的符號，因此我們再將前面的「項」乘以後面的「項」時，必須要注意符號的變化。

下面我們再來作一道題目，練習一下剛剛學到的這兩件事。

Ex 4：利用分配律計算 $99\frac{4}{5}\times\ 199\frac{1}{2}$。

$\boxed{解}$：

$$99\frac{4}{5}\times\ 199\frac{1}{2}$$

$$=\left(100-\frac{1}{5}\right)\left(200-\frac{1}{2}\right)$$

$$=\underset{1}{100\times200}-\underset{2}{100\times\frac{1}{2}}-\underset{3}{\frac{1}{5}\times200}+\underset{4}{\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}}$$

$$=20000-50-40+\frac{1}{10}$$

$$=19910\frac{1}{10}$$

重點提問

1. 請你依據課文的內容，寫出（a＋b）(c＋d）的四個步驟，並且以箭頭搭配 1、2、3、4 在下面的式子中標出步驟，寫出乘開後的結果。

   ⊙第一步：____________________

   ⊙第二步：____________________

   ⊙第三步：____________________

   ⊙第四步：____________________

   1

   （a＋b）(c＋d）＝

2. 請你依據（a＋b）(c＋d）的四個步驟，以(100－2)（100－3)為例，寫出各步驟的具體內容

   ⊙第一步：____________________

   ⊙第二步：____________________

   ⊙第三步：____________________

   ⊙第四步：____________________

• **隨堂練習：**

1. 利用分配律計算 201×401。

2. 利用分配律計算 $50\frac{1}{2} \times 20\frac{1}{3}$。

3. 利用分配律計算$201 \times 199\frac{1}{2}$。

4. 利用分配律計算 $199\frac{4}{5} \times 199\frac{1}{2}$。

1 分配律(1)	2 分配律(2)	3 分配律(3)

課文 B：和的平方公式

了解分配律（a+b）（c+d）＝ac+ad+bc+bd 後，我們要來介紹一些乘法公式。

國中階段的乘法公式主要有三個，分別是「和的平方」、「差的平方」和「平方差」公式。

首先我們要認識一下「和的平方」公式，和的平方公式指的是，把兩數相加起來後再平方，換句話說如果兩個數分別是 a 和 b 的話，「和的平方」就是$(a+b)^2$。

那麼究竟$(a+b)^2$會等於什麼呢？

我們可以利用分配律來算算看。

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=\underset{1}{a^2}+\underset{2}{ab}+\underset{3}{ab}+\underset{4}{b^2}=a^2+2ab+b^2$$

從上面的算式中，我們知道$(a+b)^2$乘開後會得到$a^2+2ab+b^2$。由於$(a+b)^2$是我們經常會用到的算式，於是我們把這樣的結果，也就是$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 記起來，並且給它一個名字「和的平方公式」。

和的平方公式：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

接下來讓我們用這幾個例子來練習看看和的平方公式!

Ex 1：利用和的平方公式計算下列各式的值

(1) 203^2 (2)20.4^2 (3)$\left(10\frac{2}{5}\right)^2$

Ex 2：關於和的平方公式，在下列的敘述中，正確的請打〇，錯誤的請打✕。

1. ( ) 和的平方是指將兩個數平方後，然後再相加。
2. ( ) 和的平方是指將兩個數相加後，然後再平方。
3. ( )$(a+b)^2=a^2+b^2$
4. ( )$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

Ex 3：利用和的平方公式計算下列各式的值

(1) $97^2+2\times97\times3+3^2$ (2)$9.5^2+2\times9.5\times0.5+0.5^2$

Ex 1：利用和的平方公式計算下列各式的值

(1) 203^2　　(2)20.4^2　　(3)$\left(10\frac{2}{5}\right)^2$

◎解題思維(1)：

要用和的平方公式來計算203^2的值，首先要將203^2改成$(200+3)^2$，一來符合$(a+b)^2$的型態，也就是把$(200+3)^2$括號內的 200 當成 a，3 當成 b。二來方便計算。接著再套用和的平方公式$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，把$(200+3)^2$變成$200^2+2\times200\times3+3^2$。這裡要補充說明一下，除了把 200 當成 a，3 當成 b 以外，中間的 2ab，是代表$2\times a\times b$的意思，因此把 200 當成 a，3 當成 b 代入 2ab 後，就會得到$2\times200\times3$，接著再進行計算，就可以求出答案了。

解：(1) $203^2 = \underbrace{(200+3)^2}_{(a+b)^2}$

$$= \underbrace{200^2}_{a^2} \underbrace{+}_{+} \underbrace{2\times200\times3}_{2\,a\,b} \underbrace{+3^2}_{+\,b^2}$$

$$= 40000+1200+9$$

$$= 41209$$

★省思：

從這道題目裡我們不難發現，其實只要將和的平方公式$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$中的 a 當成 200，b 當成 3 代入公式就可以計算出答案。惟一要注意的只有中間的 2ab 代表的意思是$2\times a\times b$，因此代入後，會得到$2\times200\times3$。

$\boxed{解}$：（2） $20.4^2 = (20+0.4)^2$

$(\ a\ +\ b\ )^2$

$= 20^2 + 2 \times 20 \times 0.4 + 0.4^2$

$a^2\ +\ 2\ a\ b\ +\ b^2$

$= 400 + 16 + 0.16$

$= 416.16$

$\boxed{解}$：（3） $\left(10\frac{2}{5}\right)^2 = \left(10+\frac{2}{5}\right)^2$

$(\ a\ +\ b\ )^2$

$= 10^2 + 2 \times 10 \times \frac{2}{5} + \left(\frac{2}{5}\right)^2$

$a^2\ +\ 2\ a\ b\ +\ b^2$

$= 100 + 8 + \dfrac{4}{25}$

$= 108\dfrac{4}{25}$

Ex 2：關於和的平方公式，在下列的敘述中，正確的請打〇，錯誤的請打✕。

5. (　　) 和的平方是指將兩個數平方後，然後再相加。

6. (　　) 和的平方是指將兩個數相加後，然後再平方。

7. (　　) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

8. (　　) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$\boxed{解}$：

1. 和的平方公式，顧名思義就是先「和」再「平方」，換句話說是指將兩個數相加後（和），然後再平方。所以第 1 題是✕，第 2 題是〇。
2. $(a+b)^2$指的不是將 a、b 各自平方，而是將整個的（a＋b）平方，換句話說就是$(a+b)(a+b)$。因此，按照分配律，除了a^2+b^2外，前面的第一項 a 乘上後面的的第二項＋b，會得出＋ab 來，而前面的第二項＋b 乘上後面的的第一項 a，也會得出＋ab 來。合併這兩個結果，就會得出＋2ab 來。所以$(a+b)^2$絕對不是單純的將 a、b 各自平方。因此，第 3 題是✕，第 4 題是〇。

Ex 3：利用和的平方公式計算下列各式的值

(1) $97^2+2\times97\times3+3^2$　　(2)$9.5^2+2\times9.5\times0.5+0.5^2$

◎解題思維：

我們可以把和的平方公式倒過來用，也就是把$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$倒過來改成$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$。如此一來，整理出來的$97^2+2\times97\times3+3^2$，就可以換成$(97+3)^2$了，也就是$100^2$，然後就可以算出答案等於 10000。

解：（1） $97^2+2\times 97\times 3+3^2=\underbrace{97^2}_{a^2}+\underbrace{2\times 97\times 3}_{2ab}+\underbrace{3^2}_{b^2}$

$$=\underbrace{(97+3)^2}_{(a+b)^2}$$

$$=100^2$$

$$=10000$$

解：（2） $9.5^2+2\times 9.5\times 0.5+0.5^2=\underbrace{9.5^2}_{a^2}+\underbrace{2\times 9.5\times 0.5}_{2ab}+\underbrace{0.5^2}_{b^2}$

$$=\underbrace{(9.5+0.5)^2}_{(a+b)^2}$$

$$=10^2$$

$$=100$$

重點提問

1. 請你依據課文的內容，將$(a+b)^2$當作$(a+b)(a+b)$來乘開，並整理出「和的平方公式」。

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)$$

2. 依據課文的意思，我們在計算10.3^2時，我們可以把它當作$(10+0.3)^2$，然後代入和的平方公式$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$進行計算。請問，代入和的平方公式時，a 如果相當於___10___，b 則相當於________。

• **隨堂練習：**

1. 利用和的平方公式計算下列各式的值

(1) 103^2　　(2)10.4^2　　(3)$\left(20\frac{2}{5}\right)^2$

2. 利用和的平方公式計算下列各式的值

(1) $95^2+2\times95\times5+5^2$　　(2)$9.8^2+2\times9.8\times0.2+0.2^2$

還是不太懂，請看下面影片

課文 C：差的平方公式

介紹完和的平方公式後，接下來我們要來看「差的平方」公式，差的平方公式指的是兩個數相減後再平方。換句話說如果兩個數分別是 a 和 b 的話，那麼「差的平方」就是$(a-b)^2$。

那麼究竟$(a-b)^2$會等於什麼呢？

我們可以利用分配律來算算看。

$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=\underset{1}{a^2}\underset{2}{-ab}\underset{3}{-ab}\underset{4}{+b^2}=a^2-2ab+b^2$$

從上面的算式中，我們知道$(a-b)^2$乘開後會得到$a^2-2ab+b^2$。由於$(a-b)^2$是我們經常會用到的算式，於是我們把這樣的結果，也就是$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$記起來，並且給它一個名字「差的平方公式」。

差的平方公式：$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

下面我們就來利用差的平方公式作一些練習!。

Ex 1:利用差的平方公式計算下列各式的值

(1) 197^2　　(2)29.7^2　　(3)$\left(9\frac{3}{4}\right)^2$

Ex 2:關於差的平方公式,在下列的敘述中,正確的請打〇,錯誤的請打×。

1. (　　) 差的平方是指將兩個數平方後,然後再相減。

2. (　　) 差的平方是指將兩個數相減後,然後再平方。

3. (　　)$(a-b)^2=a^2-b^2$

4. (　　)$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

Ex 3:利用差的平方公式計算下列各式的值

(1) $103^2-2\times103\times3+3^2$

(2) $10.5^2-2\times10.5\times0.5+0.5^2$

Ex 1：利用差的平方公式計算下列各式的值

(1) 197^2　　(2)29.7^2　　(3)$\left(9\frac{3}{4}\right)^2$

◎解題思維(1)：

要用差的平方公式來計算197^2的值，首先要將197^2改成$(200-3)^2$，一來符合$(a-b)^2$的型態，也就是把$(200-3)^2$括號內的 200 當成 a，3 當成 b。二來方便計算。接著再套用差的平方公式$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，把$(200-3)^2$變成$200^2-2\times200\times3+3^2$。這裡要補充說明一下，除了把 200 當成 a，3 當成 b 以外，中間的 2ab，是代表$2\times a\times b$的意思，因此把 200 當成 a，3 當成 b 代入 2ab 後，就會得到$2\times200\times3$，接著再進行計算，就可以求出答案了。

$\boxed{解}$：(1) $197^2=\underbrace{(200-3)^2}_{(a\ -\ b)^2}$

$=\underbrace{200^2-2\times200\times3+3^2}_{a^2\ -\ 2\ a\ b\ +\ b^2}$

$=40000-1200+9$

$=38809$

★省思：

從這道題目裡我們不難發現，其實只要將差的平方公式 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ 中的 a 當成 200，b 當成 3 代入公式就可以計算出來答案。惟一要注意的只有中間的 2ab，所代表的意思是$2\times a\times b$，因此代入後，會得到$2\times200\times3$。

$\boxed{解}$：(2) $29.7^2 = (30-0.3)^2$

$= 30^2 - 2\times 30\times 0.3 + 0.3^2$

$= 900 - 18 + 0.09$

$= 882.09$

$\boxed{解}$：(3) $\left(9\frac{3}{4}\right)^2 = \left(10-\frac{1}{4}\right)^2$

$= 10^2 - 2\times 10\times \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2$

$= 100 - 5 + \frac{1}{16}$

$= 95\frac{1}{16}$

Ex 2：關於差的平方公式，在下列的敘述中，正確的請打〇，錯誤的請打×。

5. (　　) 差的平方是指將兩個數平方後，然後再相減。

6. (　　) 差的平方是指將兩個數相減後，然後再平方。

7. (　　) $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

8. (　　) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$\boxed{解}$：

差的平方公式，顧名思義就是先「差」再「平方」，換句話說是指將兩個數相減後（差），然後再平方。所以第 1 題是×，第 2 題是〇。

$(a-b)^2$指的不是將 a、b 各自平方，而是將整個的（a－b）平方，換句話說就是$(a-b)(a-b)$。因此，按照分配律，除了a^2+b^2外，前面的第一項 a 乘上後面的第二項－b，會得出－ab 來，而前面的第二項－b 乘上後面的第一項 a，也會得出－ab 來。合併這兩個結果，就會得出－2ab 來。所以$(a-b)^2$絕對不是單純的將 a、b 各自平方。因此，第 3 題是×，第 4 題是〇。

Ex 3：利用差的平方公式計算下列各式的值

（1）$103^2-2\times103\times3+3^2$

（2）$10.5^2-2\times10.5\times0.5+0.5^2$

$\boxed{解}$：（1）$103^2-2\times103\times3+3^2$

$=103^2-2\times103\times3+3^2$

$=(103-3)^2$

$=100^2$

$=10000$

$\boxed{解}$：（2）$10.5^2 - 2 \times 10.5 \times 0.5 + 0.5^2$

$= 10.5^2 - 2 \times 10.5 \times 0.5 + 0.5^2$

$= (10.5 - 0.5)^2$

$= 10^2$

$= 100$

重點提問

1. 請你依據課文的內容，將$(a-b)^2$當作$(a-b)(a-b)$來乘開，並整理出「差的平方公式」。

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$

2. 依據課文的意思，我們在計算9.7^2時，我們可以把它當作$(10-0.3)^2$，然後代入差的平方公式$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$進行計算。請問，代入差的平方公式時，a 如果相當於___10___，b 則相當於_________。

• **隨堂練習：**

1. 利用差的平方公式計算下列各式的值

(1) 97^2　　(2) 39.7^2　　(3) $\left(19\frac{3}{4}\right)^2$

2. 利用和的平方公式計算下列各式的值

(1) $105^2-2\times 105\times 5+5^2$　　(2) $10.8^2-2\times 10.8\times 0.8+0.8^2$

還是不太懂，請看下面影片

https://www.youtube.com/watch?v=H2pz

課文 D：平方差公式

介紹完「和的平方公式」與「差的平方公式」後，最後一個我們要介紹的是「平方差公式」。

「平方差公式」顧名思義是指兩個數各自平方後再相減，換句話說如果兩個數分別是 a 和 b 的話，那麼各自平方後再相減就是a^2-b^2，我們叫它作「平方差」。

那麼究竟a^2-b^2是怎麼來的呢？

事實上 a^2-b^2是$(a+b)$和$(a-b)$兩個式子相乘後的結果。

我們可以利用分配律來算算看。

$$(a+b)(a-b)=\underset{1}{a^2}\ \underset{2}{-ab}\ \underset{3}{+ab}\ \underset{4}{-b^2}=a^2-b^2$$

從上面的算式中，我們知道$(a+b)(a-b)$乘開後會得到a^2-b^2。由於這是我們經常會用到的算式，於是我們把這樣的結果，也就是$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 記起來，並且給它一個名字「平方差公式」。

平方差公式：$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

下面我們就來利用這兩個例子來練習平方差公式!

Ex 1：利用平方差公式計算下列各式的值

(1) 103×97　　　　(2) $20\frac{1}{3} \times 19\frac{2}{3}$

Ex 2：利用平方差公式計算下列各式的值

(1) $55^2 - 45^2$　　　　(2) $19.5^2 - 0.5^2$

Ex 1：利用平方差公式計算下列各式的值

(1) 103×97　　　　(2) $20\frac{1}{3} \times 19\frac{2}{3}$

◎解題思維(1)：

要用平方差公式來計算103×97的值，首先要將103改成$(100 + 3)$，而97改成$(100 - 3)$，如此一來便符合$(a + b)(a - b)$的型態，如下面的式子：

$$103 \times 97 = (100 + 3)(100 - 3)$$

接著便可以套用平方差公式$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$算出答案。

解：

$$103 \times 97 = (100+3)(100-3) = 100^2 - 3^2 = 10000 - 9 = 9991$$

◎解題思維(2)：

要用平方差公式來計算$20\frac{1}{3} \times 19\frac{2}{3}$的值，首先要將$20\frac{1}{3}$改成$(20+\frac{1}{3})$，而$19\frac{2}{3}$改成$\left(20-\frac{1}{3}\right)$，如此一來便符合$(a+b)(a-b)$的型態，如下面的式子：，

$$20\frac{1}{3} \times 19\frac{2}{3} = \left(20+\frac{1}{3}\right)\left(20-\frac{1}{3}\right)$$

接著便可以套用平方差公式$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$算出答案。

解：

$$20\frac{1}{3} \times 19\frac{2}{3} = \left(20+\frac{1}{3}\right)\left(20-\frac{1}{3}\right) = 20^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 400 - \frac{1}{9} = 399\frac{8}{9}$$

Ex 2：利用平方差公式計算下列各式的值

（1）$55^2 - 45^2$　　　（2）$19.5^2 - 0.5^2$

解：（1）$55^2 - 45^2 = (55+45)(55-45) = 100 \times 10 = 1000$

解：（2）$19.5^2 - 0.5^2 = (19.5+0.5)(19.5-0.5) = 20 \times 19 = 380$

重點提問

1. 請你依據課文的內容，將$(a+b)(a-b)$乘開，並整理出「平方差公式」。

$$(a+b)(a-b)$$

2. 依據課文的意思，平方差公式的應用是可以倒過來用的，也就是說除了$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$外，也可以用$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$來解決部分的題目，請你依據下面題目的類型，連結適合的平方差公式。

$29.5^2-0.5^2$●

104×96● ●$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$10\frac{1}{3}\times 9\frac{2}{3}$● ●$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

35^2-15^2●

• **隨堂練習：**

1. 利用平方差公式計算下列各式的值

（1） 203×197 （2）$10\frac{1}{3} \times 9\frac{2}{3}$

2. 利用平方差公式計算下列各式的值

（1） $75^2 - 25^2$ （2）$9.5^2 - 0.5^2$

還是不太懂，請看下面影片

https://www.youtube.com/watch?v=oQulOeHJiBw