

## 單元一：數列

### 課文 A：數列與規律

---

這單元我們要學習的內容是數列。

#### ■ 什麼是數列呢？

簡單來說就是把一串數做排列。

舉一個實際的例子，某次彩券開獎實況畫面如下圖：



從圖片中會看到這個彩券開獎號碼順序是：8, 27, 34, 4, 19，

而「8, 27, 34, 4, 19」這樣子的一串數依序排列就稱為數列。

再舉一個例子，台北計程車計費表起跳為 70 元，每跳一次表加 5 元。

小侃從火車站搭到動物園的花費是 400 元，下列是他從上車到下車所

記錄的數字：70, 75, 80, 85, 90, 95, …… , 385, 390, 395, 400，

這樣子排列的一串數也是數列，只是中間它省略了一些數。

總之，不管數字有沒有重複，也不管有沒有規律，

只要將一串數排成一行都可以叫做數列。

■知道了什麼是數列後，再來介紹數列的相關名詞。

在前面計程車費用的例子中：

「70, 75, 80, 85, 90, 95, …… , 385, 390, 395, 400」

此數列中，第1個數為70，我們就稱第1項為70，記作  $a_1 = 70$ 。

依此類推，第2個數為75，稱第2項為75，記作  $a_2 = 75$ ，

第3個數為80，稱第3項為80，記作  $a_3 = 80$ ，……，

這個數列最後1個數為400，稱末項為400。

在數列當中，我們會依照排列的次序給每一個數一個名字，第1個數

就稱為第1項，可以記為  $a_1$ ；第2個數就稱為第2項，可以記為  $a_2$ ；

第3個數就稱為第3項，可以記為  $a_3$ ；……。

從這個規則來看，第n個數我們就稱它為第n項，記為  $a_n$ 。

除此之外，第1項是最開始的數，我們又稱它為首項；

相對的，最後出現的數，我們就稱它為末項。

下面有 3 個關於數列的例子，都含有著某種規律，

讓我們來觀察看看這些數列，根據數列間的各项，試著找出其規律！

Ex1. 已知下列數列分別隱含某種規律，

請依其規律在空格中填入適當的數，並說明所用到的規律。

(1) 1, 4, 7, 10, 13, 16, \_\_\_\_\_

(2) 3, 6, 12, 24, \_\_\_\_\_, 96

(3) 1, -2, 3, -4, 5, \_\_\_\_\_, 7, -8

(4) 4, 9, \_\_\_\_\_, 25, 36, 49

◎解題思維與解答：

(1) 仔細觀察一下這個數列：1, 4, 7, 10, 13, 16, \_\_\_\_\_，

發現相鄰兩項，後面一項都比前面一項多 3，

1,  $\xrightarrow{+3}$  4,  $\xrightarrow{+3}$  7,  $\xrightarrow{+3}$  10,  $\xrightarrow{+3}$  13,  $\xrightarrow{+3}$  16, \_\_\_\_\_

依照這個規律，第 7 項  $a_7$  也要比第 6 項  $a_6$  還要多 3，

也就是  $16 + 3 = 19$ ，所以空格應該填入 19。

(2) 仔細觀察一下這個數列：3, 6, 12, 24, \_\_\_\_\_, 96

發現相鄰兩項，後一項似乎都是前一項的 2 倍，所以我們將後

面一項除以前面一項，結果如下：

第 2 項除以第 1 項： $a_2 \div a_1 = 6 \div 3 = 2$ ；

第 3 項除以第 2 項： $a_3 \div a_2 = 12 \div 6 = 2$ ；

第4項除以第3項： $a_4 \div a_3 = 24 \div 12 = 2$ 。

$$3, \overset{\times 2}{\curvearrowright} 6, \overset{\times 2}{\curvearrowright} 12, \overset{\times 2}{\curvearrowright} 24, \quad \underline{\quad}, \quad 96$$

所以空格應該填入 48。

(3)仔細觀察一下這個數列：1, -2, 3, -4, 5, \_\_\_\_\_, 7, -8,

此數列先不看正負號就可以很直覺的知道是：

$$1, 2, 3, 4, 5, \underline{6}, 7, 8$$

但是它有正有負，所以正負的規律也要考慮進來：

$a_1$ 是正、 $a_2$ 是負、 $a_3$ 是正、 $a_4$ 是負、 $a_5$ 是正、...

按照這個規律可以猜測應該是：+, -, +, -, +, -, +, -, ...。

也就是奇數項為正，偶數項為負，所以  $a_6$  應該要是負的，

也就是說空格應該填入 -6。

(4)仔細觀察一下這個數列：4, 9, \_\_\_\_\_, 25, 36, 49,

這些數字好像很熟悉，在平方根那個單元常常會出現耶！

再想一下，這些數字其實都是某些數的平方：

$$4 = 2^2, 9 = 3^2, 25 = 5^2, 36 = 6^2, 49 = 7^2。$$

紀錄一下：

$$\begin{array}{cccccc} 4, & 9, & \underline{\quad}, & 25, & 36, & 49 \\ \parallel & \parallel & & \parallel & \parallel & \parallel \\ 2^2 & 3^2 & & 5^2 & 6^2 & 7^2 \end{array}$$

那麼 空格應該填入  $4^2 = 16$ 。

除了數字間有某種規律以外，在某些圖形中也會有一些規律可以推論，舉一些例子來看看！

Ex2. 下面各圖是小君運用火柴棒所排出的正三角形，請你觀察一下這些圖形之間的差異與所需的火柴數之間的關係，並依此關係求出圖(101)會需要幾根火柴棒。



圖(1)



圖(2)







圖(3)



圖(4)

◎解題思維與解答：

由圖形的規律發現：每多 1 個三角形，就多 2 根火柴棒，這就是各圖間的關係。各圖跟圖(1)相比的各數可以記錄成下表：

				
	圖(1)	圖(2)	圖(3)	圖(4)
		比圖(1)多 1 個三角形	比圖(1)多 2 個三角形	比圖(1)多 3 個三角形
		比圖(1)多 1 組 2 根火柴棒	比圖(1)多 2 組 2 根火柴棒	比圖(1)多 3 組 2 根火柴棒
火柴棒 總數	3	$3 + 2 \times 1$	$3 + 2 \times 2$	$3 + 2 \times 3$

依照此規律，圖(101)比圖(1)多 100 個三角形，所以所需要的火柴棒總數為  $3 + 2 \times 100 = 203$  根火柴數

在生活中常常隱含著某一些規律，我們仔細觀察就能把這些規律找出來，接下來我們就舉幾個例子來試試看！

Ex3. 下圖是台鐵火車車廂的座位表，一節車廂上總共有 52 個位子，請寫出第一行全部的座位號碼。

	第一行	第二行		第三行	第四行
第一排	1	3	走 道	4	2
第二排	5	7		8	6
第三排	9	11		12	10
⋮	⋮	⋮		⋮	⋮

◎解題思維與解答：

仔細觀察第一行的數是 1, 5, 9, 13, ...，

$$\begin{array}{ccccccc}
 & +4 & & +4 & & +4 & \\
 & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & \\
 1, & & 5, & & 9, & & 13, \dots
 \end{array}$$

第一行這個數列的規律就是前一項加 4 等於後一項，

因此第一行座位號碼依序為：1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49。

## 閱讀重點提問

1. 一個數列中，

第1個數就稱為\_\_\_\_\_或稱為\_\_\_\_\_，通常記為\_\_\_\_\_；

第2個數就稱為\_\_\_\_\_，通常記為\_\_\_\_\_；

第3個數就稱為\_\_\_\_\_，通常記為\_\_\_\_\_；...；

第n個數就稱為\_\_\_\_\_，通常記為\_\_\_\_\_；

一個數列的最後一項，我們就稱它為\_\_\_\_\_。

2. 根據上面的課文，請用自己的話解釋「首項」、「末項」，並舉一個數列的例子做說明。

3. 請舉出一個有規律的數列，並解釋這個數列的規律。

• 隨堂練習：

1. 已知下列數列分別隱含某種規律，請依其規律在空格中填入適當的數。

(1) 2, 7, 12, 17, 22, 27, \_\_\_\_\_

(2) 1, 3, 9, 27, \_\_\_\_\_, 243

(3)  $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \underline{\hspace{1cm}}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{6}$

(4)  $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \underline{\hspace{1cm}}, \sqrt{8}, 3$

(5) 1, 8, \_\_\_\_\_, 64, 125

(6) 2, 5, 10, 17, 26, 37, \_\_\_\_\_

2. 下面各圖是小義運用火柴棒所排出的正方形，請你觀察一下這些圖形之間的差異與所需的火柴數之間的關係。並求出圖(56)會需要幾根火柴棒。



圖(1)



圖(2)



圖(3)



圖(4)



3. 右圖是客運公車車廂的座位表，  
 一台車上總共有 21 個位子，  
 請寫出第三行全部的座位號碼。

第一行	第二行	第三行
3	2	1
6	5	4
9	8	7
⋮	⋮	⋮

走道

4. 下圖是某年 12 月份的月曆，請寫出此月份星期二的全部日期。

日	一	二	三	四	五	六
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10

還是不太懂~數列與規律  
 與例 1，  
 請看下面影片



[https://youtu.be/q7\\_9BPK2o5Q](https://youtu.be/q7_9BPK2o5Q)

還是不太懂~例 2，  
 請看下面影片



[https://youtu.be/8alpZ1PQm\\_w](https://youtu.be/8alpZ1PQm_w)