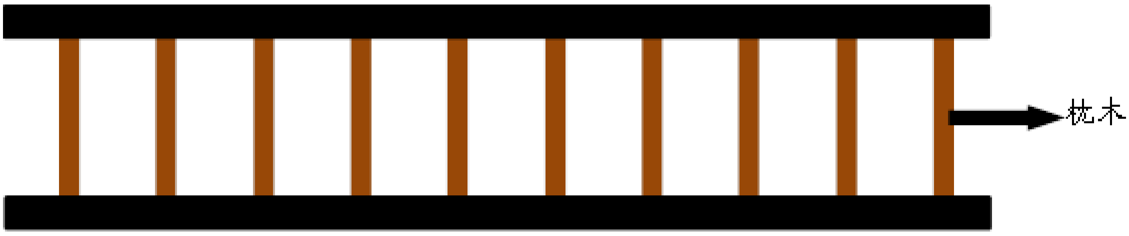
目　錄

單元一　平行線與截角性質

課文A：　平行線的意義

我們在國小的時候就學過平行線了，那時候老師說兩條永不相交的直線，就稱為平行線。事實上很難用這個說法去驗證兩條線是否為平行線。

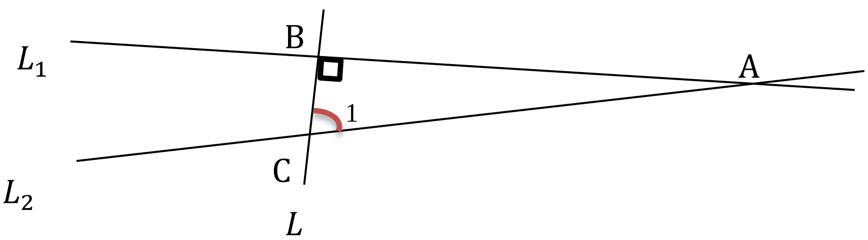
下圖鐵路中的兩條鐵軌就是兩條平行線，在鐵路裡面，會有很多根的木頭，稱為枕木。而枕木的其中一個作用就是確保兩條鐵軌會平行。



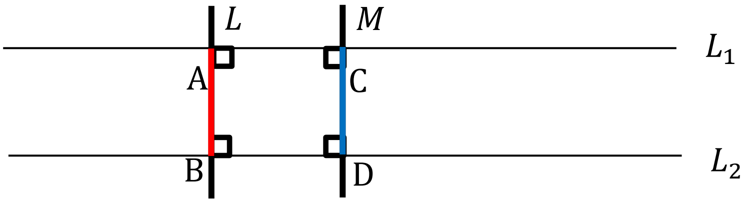
如何利用枕木來確保兩條鐵軌會平行呢？從上圖選一根枕木並量量看與兩條鐵軌分別所夾的角度是多少呢？量完後會發現你所選的那一根枕木會與兩條鐵軌都夾 90°，也就是枕木與兩條鐵軌處處垂直，兩條鐵軌為兩條平行線。

事實上，我們即利用這種方式定義平行：「**平面上兩條直線 L_1、L_2，如果存在另外一條直線 L 與這兩條直線 L_1、L_2 同時垂直的話，我們就稱 L_1、L_2 為平行線**」也稱為 L_1、L_2 平行，記作 $L_1//L_2$，唸作 L_1 平行 L_2。反過來說，如果兩條線不平行，就沒辦法找到一條直線 L 同時與 L_1、L_2 垂直。這個定義有利於我們驗證兩條線是否為平行線。

舉個例子，試著找找看如果有一條直線 L 與直線 L_1 垂直，再檢驗 L 是否也與直線 L_2 垂直。並量量看 $\angle 1$ 的度數是多少呢？因為 $\angle 1 \neq 90°$，所以 L_1 和 L_2 不是平行線。

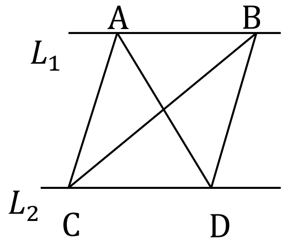


如下圖，兩條直線 L_1、L_2 平行，就可以找到直線 L 同時與直線 L_1、L_2 垂直，與直線 L_1、L_2 分別交於兩點 A、B，$\overline{AB}$ 的長度就是直線 L_1、L_2 間的距離。而直線 M 也同時與直線 L_1、L_2 垂直且分別交於兩點 C、D，$\overline{CD}$ 也會是直線 L_1、L_2 間的距離。因為四邊形 $ABDC$ 是長方形，所以 $\overline{AB}=\overline{CD}$ 。因此，**兩條平行線之間的距離都會相等**。



利用「兩條平行線之間的距離處處相等」的性質可以來作圖形面積相關的題目。

例題一：如圖，$L_1//L_2$，A、B 在 L_1 上，C、D 在 L_2 上，證明：$\triangle ACD$ 面積=$\triangle$BCD 面積。



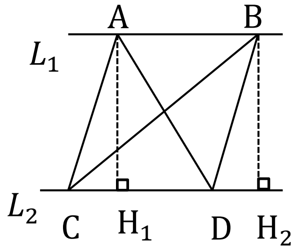
◎**解題思維：**三角形面積=$\frac{1}{2}$×底×高 ，所以要比較底跟高。

仔細看會發現$\triangle ACD$ 和$\triangle BCD$ 這兩個三角形有同樣的底，都是 $\overline{CD}$ 。所以要比較$\triangle ACD$ 和$\triangle BCD$ 這兩個三角形的高。

$\boxed{解}$：分別畫出通過頂點 A、B 並與 L_2 垂直的線：

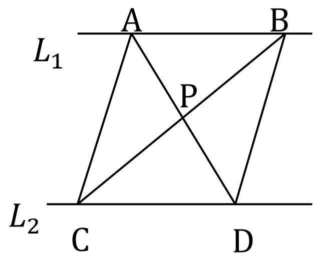
$\triangle ACD$ 面積=$\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{AH_1}$ ，

$\triangle$BCD 面積=$\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{BH_2}$



因為 $L_1//L_2$，所以 L_1、L_2 之間的距離都會處處相等，因此 $\overline{AH_1}=\overline{BH_2}$ 。所以$\triangle$ACD 面積=$\triangle$BCD 面積。

例題二：如圖，$L_1//L_2$，A、B 在 L_1 上，C、D 在 L_2 上，且 $\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 交於 P 點，$\triangle BPD$ 面積=12，則$\triangle ACP$ 面積=？



$\boxed{解}$：根據例題一的討論，可得到$\triangle ACD$ 面積=$\triangle BCD$ 面積。

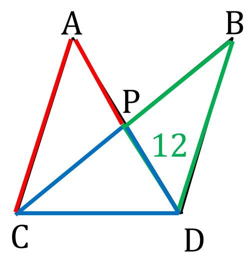
又$\triangle ACD$ 面積=$\triangle ACP$+$\triangle PCD$；

$\triangle BCD$ 面積=$\triangle BPD$+$\triangle PCD$。

所以

$\triangle ACP$ 面積+$\triangle PCD$ 面積=$\triangle BPD$ 面積+$\triangle PCD$ 面積

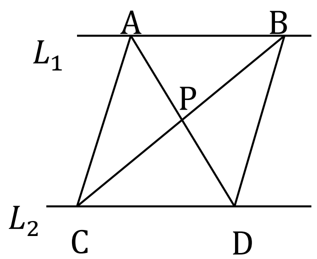
因此△ACP 面積=△BPD 面積=12。



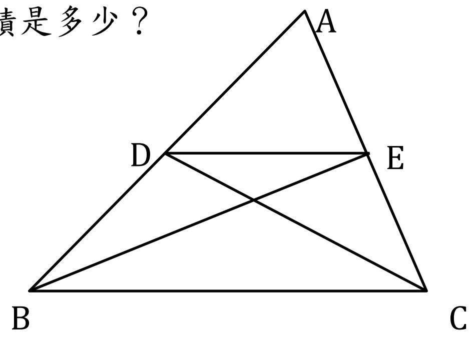
★省思：如下圖，如果 $L_1//L_2$，A、B 在 L_1 上，C、D 在 L_2 上，且 $\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 交於 P 點。

由例題一討論可知：$\triangle ACD$ 面積=$\triangle BCD$ 面積。

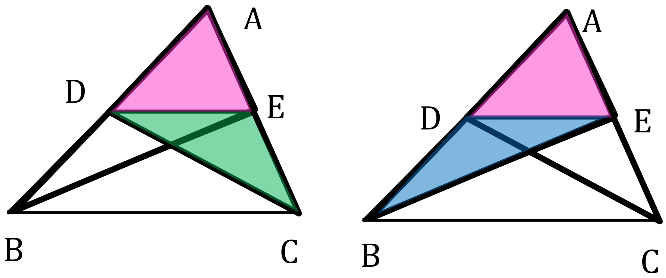
由例題二討論可知：$\triangle ACP$ 面積=$\triangle BDP$ 面積。



例題三：如圖，$\triangle ABC$ 中，D、E 分別在 $\overline{AB}$ 和 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{DE}//\overline{BC}$，若$\triangle ACD$ 面積為 30，求$\triangle ABE$ 的面積是多少？

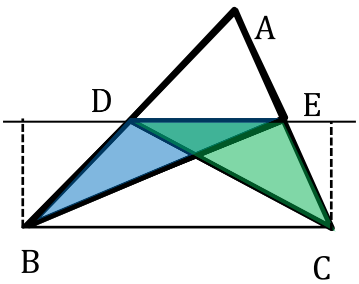


$\boxed{解}$：



$\triangle ACD=\triangle ADE+\triangle CDE$，$\triangle ABE=\triangle ADE+\triangle BDE$

所以必須要比較出$\triangle BDE$跟$\triangle CDE$的關係。



因為$\overline{DE}//\overline{BC}$，所以$\triangle BDE$跟$\triangle CDE$這兩塊三角形的底都是$\overline{DE}$，高也一樣長，也就是$\triangle BDE$面積$=\triangle CDE$面積。

$\triangle ADE$面積$+\triangle CDE$面積$=\triangle ACD$面積

$\triangle ADE$面積$+\triangle BDE$面積$=\triangle ABE$面積

所以$\triangle ABE$面積$=\triangle ACD$面積$=30$

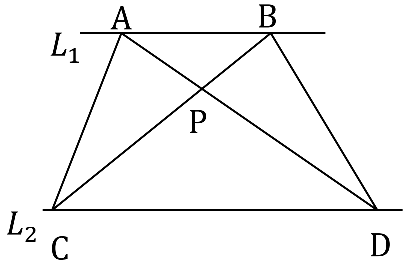
重點提問

1.根據上面的課文，請問什麼是「平行線」？平行線又有什麼特質？如何去檢查兩條線是否為平行線？

2.如右圖，如果 $L_1//L_2$，A、B 在 L_1 上，C、D 在 L_2 上，且 $\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 交於 P 點。請證明：

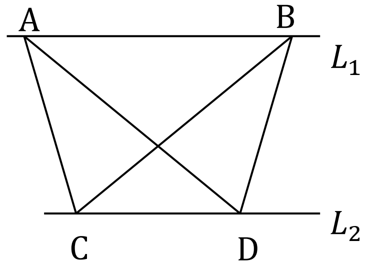
(1)$\triangle ACD$ 面積=$\triangle BCD$ 面積。

(2)$\triangle ACP$ 面積=$\triangle BDP$ 面積。

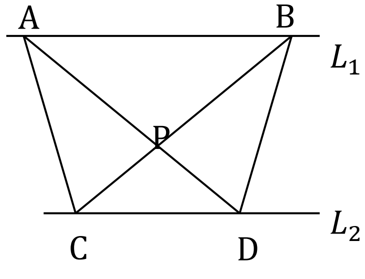


• **隨堂練習：**

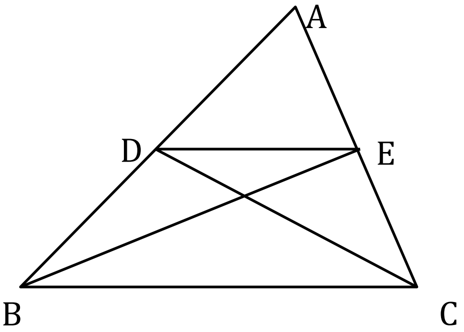
1.如右圖，$L_1//L_2$，A、B 在 L_1 上，C、D 在 L_2 上，$\triangle ACB$ 面積=108，求 $\triangle ADB$ 面積=？



2.如右圖，$L_1//L_2$，A、B 在 L_1 上，C、D 在 L_2 上，且且 $\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 交於 P 點，$\triangle ACP$ 面積 = 70，$\triangle PCD$ 面積= 40。則$\triangle BCD$ 面積=？$\triangle BDP$ 面積=？



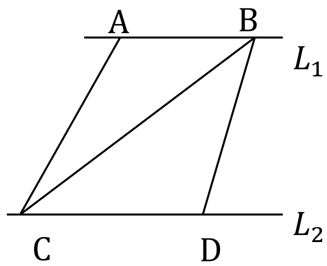
3.如圖，$\triangle ABC$ 中，D、E 分別在 $\overline{AB}$ 和 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{DE} // \overline{BC}$，若 $\triangle ABE$ 面積為 25，求 $\triangle ACD$ 的面積是多少？



4.如右圖，$L_1 // L_2$，A、B 在 L_1 上，C、D 在 L_2 上，

$\triangle ABC$ 面積=80，$\overline{AB}$ ： $\overline{CD}$ =2：3。

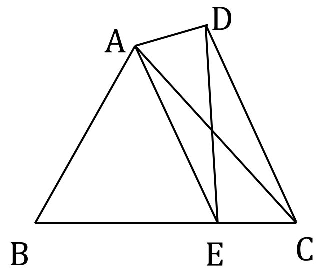
請問 $\triangle BCD$ 面積=？



5. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，E 為 $\overline{BC}$ 上的一點，

且 $\overline{AE} // \overline{DC}$，若四邊形 $ABED$ 面積=15，

請問 $\triangle ABC$ 面積=？

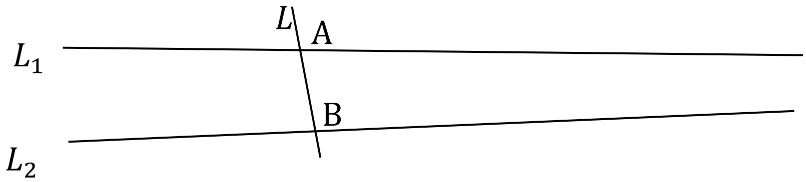


還是不太懂，請看下面影片

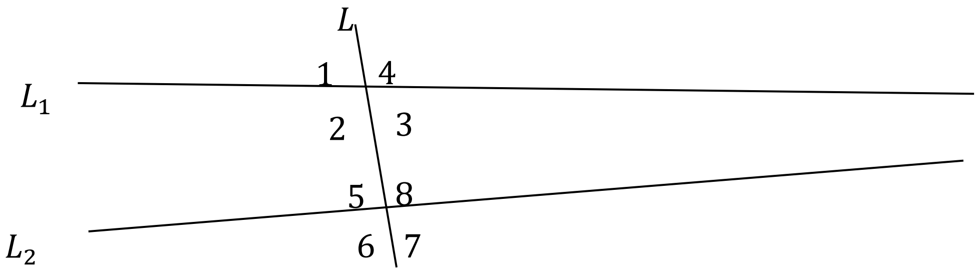
課文	例題一+更多例題	例題三+更多例題
https://youtu.be/SCaLFWOWY3U	https://youtu.be/5rT1-Vk8gPI	https://youtu.be/yHWl-JQ5nXc

課文B：　截線與截角

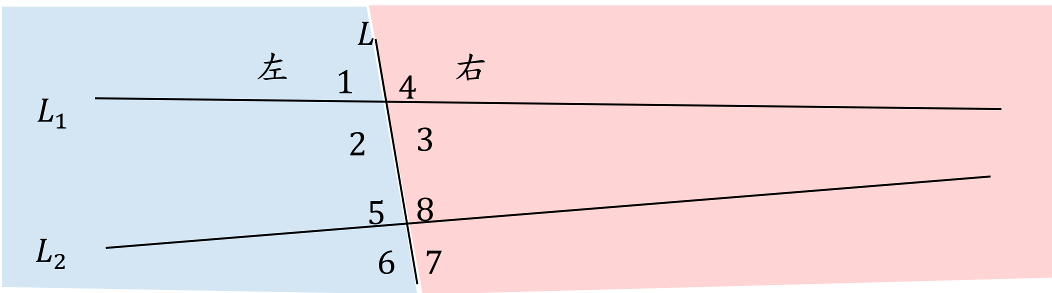
接下來要介紹截線與截角。如下圖，直線 L 與直線 L_1、L_2 相交於不同的兩點時，稱直線 L 為直線 L_1、L_2 的「截線」。



而截線 L 與直線 L_1、L_2 會形成八個角(如下圖的∠1、∠2、∠3、∠4、∠5、∠6、∠7、∠8)，這八個角都稱為截角。而這八個截角根據他們的位置關係又可以分成三類：**同位角**、**同側內角**、**內錯角**。



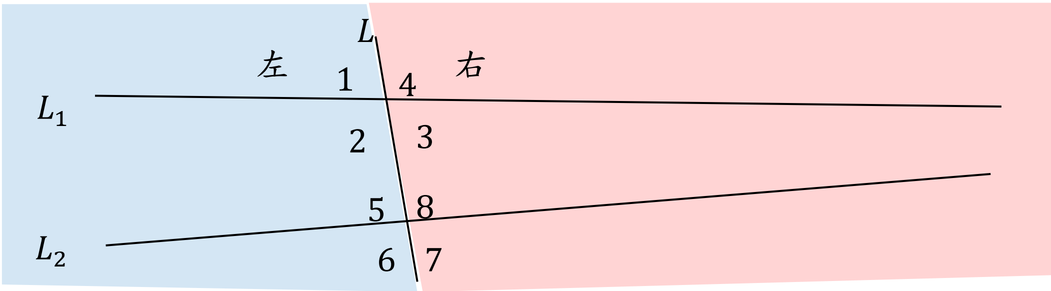
※**同位角**：顧名思義就是指相對位置相同的角。看直線 L 這條線，這條線將平面分成兩側，左側跟右側：



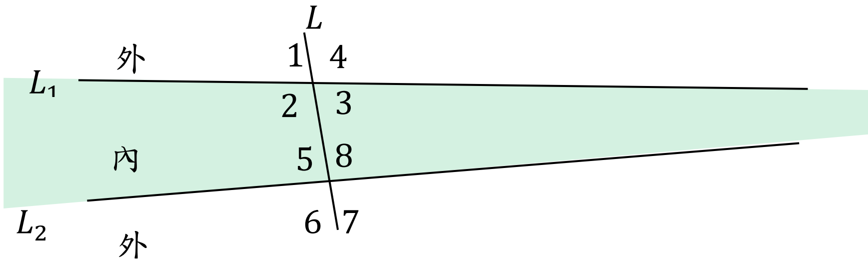
∠1 和∠5 都是在直線 L 的左側，而且∠1 和∠5 分別在 L_1 上側和 L_2 上側。∠1 和∠5 的位置都在左上方，所以我們就稱∠1 和∠5 是一組「同位角」。相同的道理，∠2 和∠6 的位置都在左下方，所以∠2 和∠6 也是「同位角」。∠4 和∠8 互為「同位角」；∠3 和∠7 互為「同位角」。

※同側內角：同側內角指的就是同一側當中在內側的角。

什麼意思呢？前面說過，直線 L 將平面分成兩側，左側跟右側：

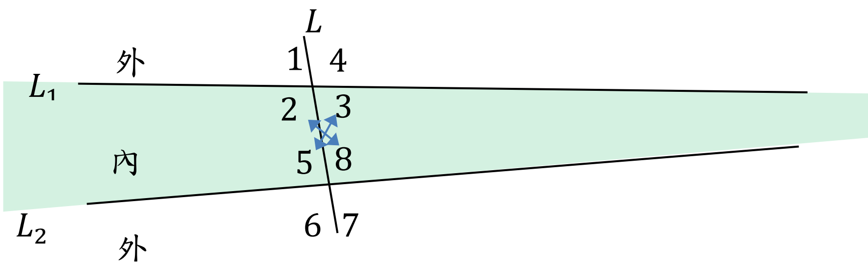


而直線 L_1、L_2 這兩條線，這兩條線將平面分成內側跟外側：



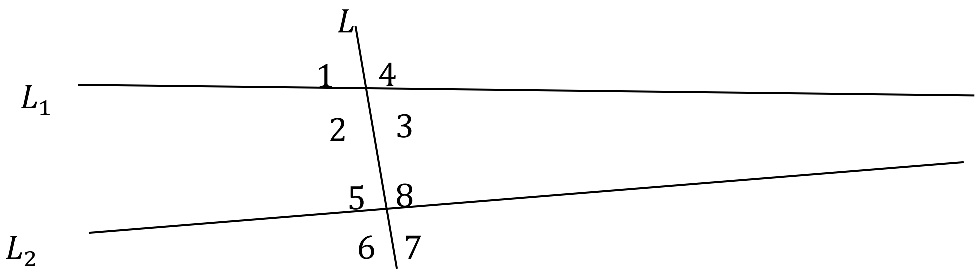
直線 L 的左側有四個角∠1、∠2、∠5、∠6，這四個角裡面，在 L_1、L_2 內側的角是∠2 和∠5，所以它們互為「同側內角」。直線 L 的右側有四個角中，一樣在 L_1、L_2 內側的角是∠3 和∠8，所以它們互為「同側內角」。

※內錯角：指的是同在內側但互相交錯的角。



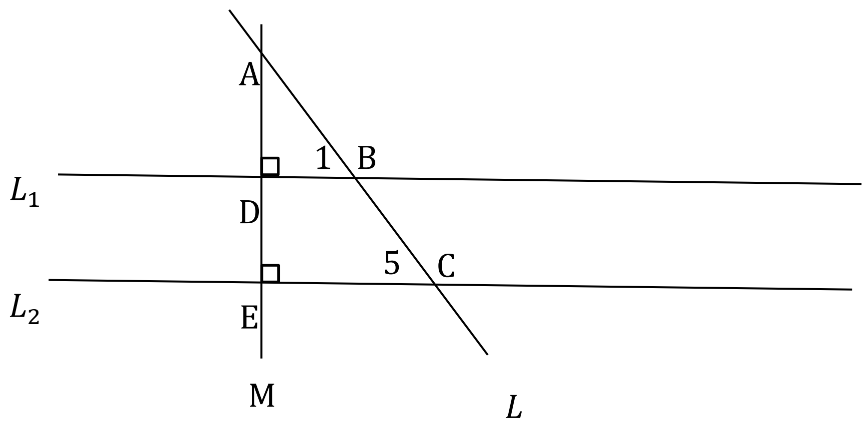
例如圖中的∠2、∠3、∠5、∠8 都是在 L_1、L_2 的內側角。而交錯指的是沒有在同一側，像是∠2 和∠8、∠3 和∠5，這兩組截角都稱為「內錯角」。

如果兩條線直線 L_1、L_2 平行，一條截線 L 一樣會截出八個角($\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$、$\angle 5$、$\angle 6$、$\angle 7$、$\angle 8$)，同樣可以分成三種截角，接下來就來討論這三種截角(同位角、同側內角、內錯角)的性質。



先想一下哪些是同位角?同位角就是相對位置相同的角,而圖中有四組同位角：$\angle 1$ 和 $\angle 5$、$\angle 2$ 和 $\angle 6$、$\angle 3$ 和 $\angle 7$、$\angle 4$ 和 $\angle 8$，兩個同位角之間有什麼關係呢？我們找一組來說明！我們先看 $\angle 1$ 和 $\angle 5$ 這組同位角。

因為直線 L_1、L_2 平行,所以可以找一條直線 M 同時垂直直線 L_1 跟 L_2，並且跟截線 L 有交點 A。令截線 L 分別與直線 L_1、L_2 交於 B、C 兩點，直線 M 分別與直線 L_1、L_2 交於 D、E 兩點，如下圖：



直線 M 垂直直線 L_1 於 D 點，所以 $\triangle ABD$ 是一個直角三角形；

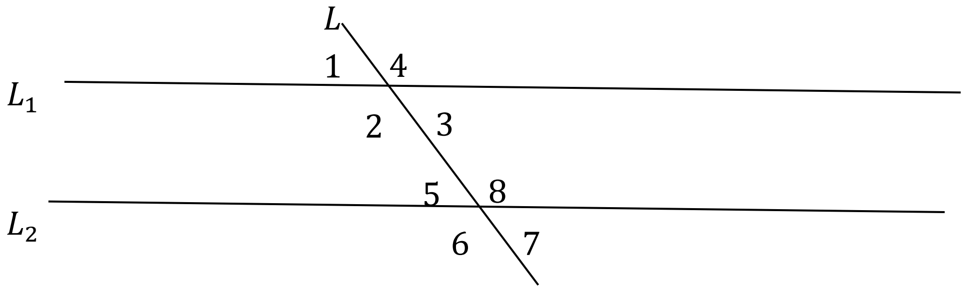
假設 $\angle BAD=40^\circ$，則在 $\triangle ABD$ 中，$\angle 1=180^\circ-40^\circ-90^\circ=50^\circ$

直線 M 垂直直線 L_2 於 E 點，所以 $\triangle ACE$ 也是一個直角三角形；

在 $\triangle ACE$ 中，$\angle 5=180^\circ-40^\circ-90^\circ=50^\circ$

得到 $\angle 1=\angle 5$。

由上面討論可以知道，∠1 和∠5 這組同位角相等，那其他組呢？



在∠1=∠5=50°的前提下，先看∠2 和∠6 這組同位角，從圖中可以知道∠2=180°−∠1=130°、∠6 =180°−∠5=130°得到∠2=∠6，即∠2 和∠6 這組同位角也會相等。同樣地，∠4=∠8=130°，即∠4 和∠8 這組同位角也會相等。∠3=∠7=50°，即∠3 和∠7 這組同位角也會相等。

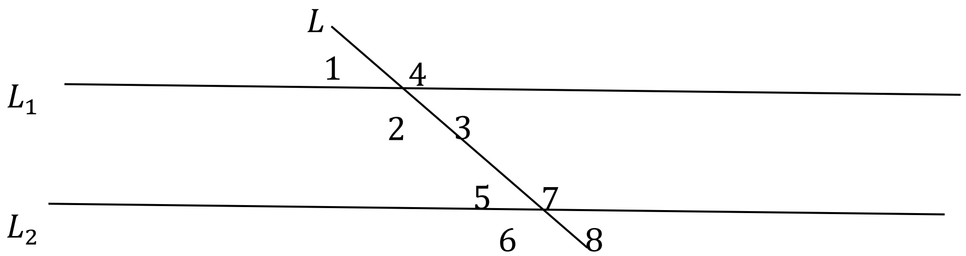
上面的討論是在∠1=∠5=50°的前提下說明，但即使我們將∠1=∠5 換成別的度數，其結果也是一樣的，也就是說，「**當兩條平行線被一條直線所截時，所截出的每一組同位角都會分別相等**」。

例題一：下圖中，兩條直線 L_1、L_2 平行，直線 L 為其截線，∠1、∠2、∠3、∠4、∠5、∠6、∠7、∠8 為截角，其中∠1=40°，求

(1)∠2=？∠3=？∠5=？

(2)∠2 的角度與∠5 的角度有什麼關係？

(3)∠3 的角度與∠5 的角度有什麼關係？



解：(1)

$\angle 2$ 是 $\angle 1$ 的補角，所以 $\angle 2=180^\circ-40^\circ=140^\circ$。

$\angle 3$ 是 $\angle 1$ 的對頂角，所以 $\angle 3=\angle 2=40^\circ$。

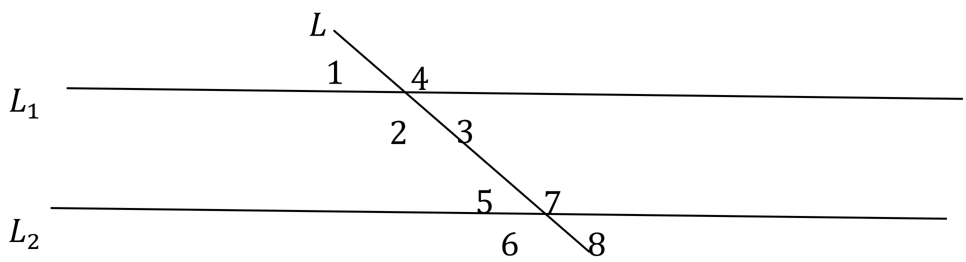
$\angle 5$ 是 $\angle 1$ 的同位角，所以 $\angle 5=\angle 1=40^\circ$。

(2) $\angle 2+\angle 5=140^\circ+40^\circ=180^\circ$。($\angle 2$ 和 $\angle 5$ 互補)

(3) $\angle 3=\angle 5=40^\circ$。($\angle 3$ 和 $\angle 5$ 相等)

在例題一中，$\angle 2$ 與 $\angle 5$ 是一組同側內角，而且發現它們的角度相加為 180°，也就是 $\angle 2$ 和 $\angle 5$ 互補。而兩條平行線被一條直線所截，其同側內角一定互補嗎？來討論看看這件事情！

下圖中，兩條線直線 L_1、L_2 平行，直線 L 為其截線：



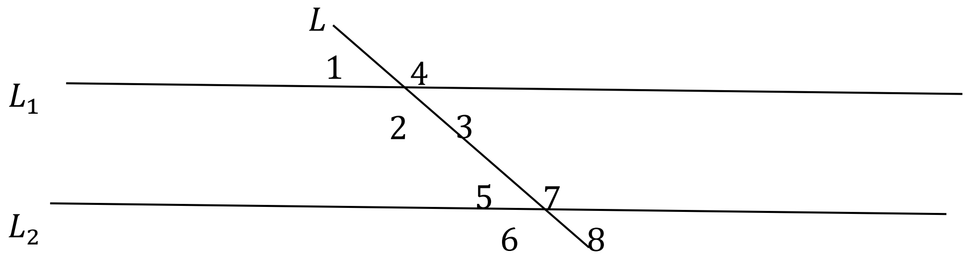
設 $\angle 1=a^\circ$，則 $\angle 2=(180-a)^\circ$，$\angle 5=\angle 1=a^\circ$

得到 $\angle 2+\angle 5=180^\circ$，也就是 $\angle 2$ 和 $\angle 5$ 這組同側內角互補。

同樣地，$\angle 3+\angle 8=180^\circ$，也就是 $\angle 3$ 和 $\angle 8$ 這組同側內角互補。

由上面的討論可以知道：「**兩條平行線被一條直線所截，它們的同側內角互補**」。

在例題一中，$\angle 3$ 與 $\angle 5$ 是一組內錯角，而且發現它們的角度相等。而兩條平行線被一條直線所截，其內錯角一定相等嗎？來討論看看這件事情！下圖中，兩條線直線 L_1、L_2 平行，直線 L 為其截線：



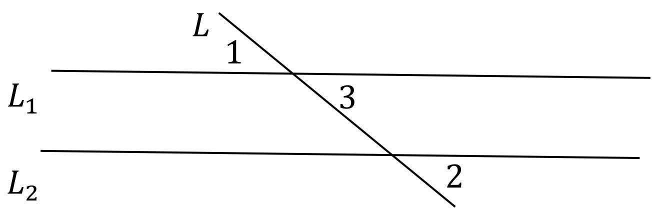
設 $\angle 1=a^\circ$，則 $\angle 3=\angle 1=a^\circ$(對頂角相等)，$\angle 5=\angle 1=a^\circ$

得到 $\angle 3=\angle 1=\angle 5$，也就是 $\angle 3$ 和 $\angle 5$ 這組內錯角相等。

同樣地，$\angle 2=\angle 8$，也就是 $\angle 2$ 和 $\angle 8$ 這組內錯角也相等。

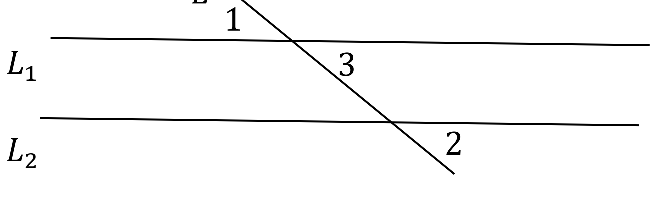
由上面的討論可以知道：「**兩條平行線被一條直線所截，它們的內錯角相等**」。

例題二：下圖中，兩條直線 L_1、L_2 平行，直線 L 為其截線，$\angle 1$、$\angle 2$、為其截角，其中 $\angle 1=2x^\circ$、$\angle 2=(3x-20)^\circ$，求 $x=$？



◎解題思維：

$\angle 1$、$\angle 2$ 這兩個截角沒有什麼關係，所以要找出同時與 $\angle 1$、$\angle 2$ 有關係的截角，例如下圖中的 $\angle 3$，我們把它標到圖上去。



$\boxed{解}$：

因為$\angle 3$是$\angle 1$的對頂角，所以$\angle 1=\angle 3=2x^{\circ}$；

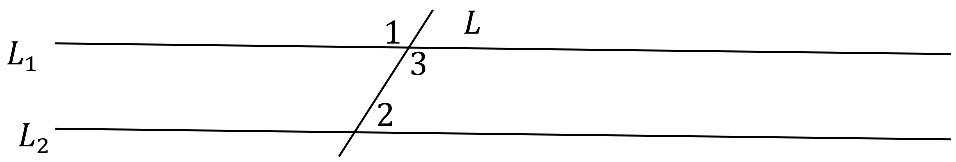
因為$\angle 3$是$\angle 2$的同位角，又$L_1 // L_2$，所以$\angle 3=\angle 2$。

由$\angle 3=\angle 2$，可列出下列等式

$2x^{\circ}=(3x-20)^{\circ}$，x=20。

例題三：下圖中，一組平行線L_1、L_2被直線L所截，

$\angle 1=3x^{\circ}$、$\angle 2=(x+20)^{\circ}$、$\angle 3=2y^{\circ}$，求$x=$？$y=$？



$\boxed{解}$：

因為$\angle 1$跟$\angle 3$是對頂角，所以$\angle 1=\angle 3$；

因為$\angle 2$跟$\angle 3$是同側內角，又L_1平行L_2，所以

$\angle 2+\angle 3=180^{\circ}$。再根據上述關係列式！

$\angle 1=\angle 3$：$3x=2y\cdots\cdot(1)$

$\angle 2+\angle 3=180^{\circ}$：$x+20+2y=180\cdots\cdot(2)$

將(2)式中的$2y$以(1)式中的$3x$取代，得到：

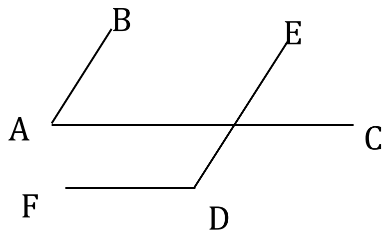
$x+20+3x=180$

$x=40$代回(1)式：$3\times 40=2y$

$y=60$

例題四：如圖，$\overline{AB}//\overline{DE}$，$\overline{AC}//\overline{DF}$，$\angle A=(2x+23)°$、$\angle D=(8x+7)°$，

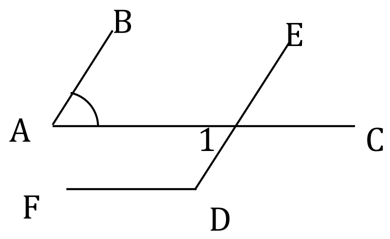
求 x=？



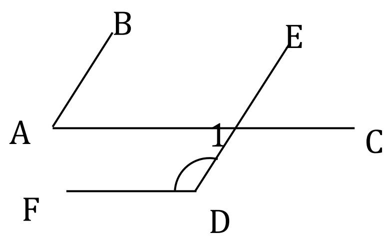
◎解題思維：

觀察題目當中的$\angle A$跟$\angle D$，想辦法找出它們之間的關係。

如下圖，找出∠A 是∠1 的內錯角，因為$\overline{AB}//\overline{DE}$，所以∠A=∠1。



$\boxed{解}$：∠1 是$\angle D$的同側內角，因為$\overline{AC}//\overline{DF}$，所以$\angle 1+\angle D=180°$。



因此$\angle A$跟$\angle D$之間的關係：$\angle A+\angle D=180°$，再列式！

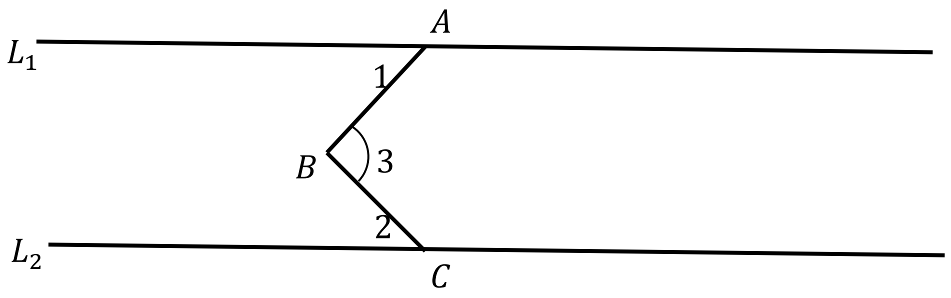
$(2x+23)°+(8x+7)°=180°$

$10x+30=180$

$x=15$

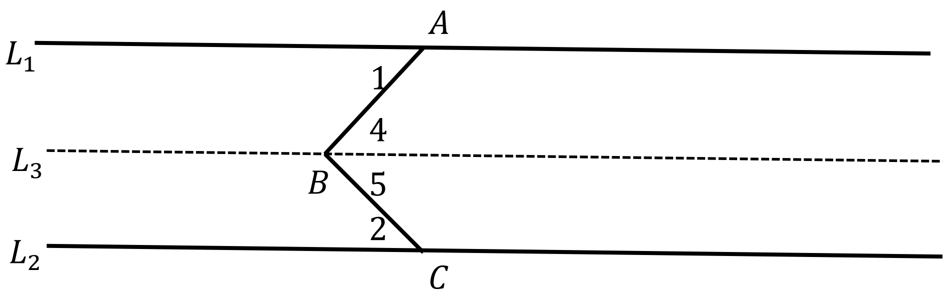
接下來看一種常見的題目，需要畫出平行線來輔助解題！

例題五：下圖中，兩條線直線 L_1、L_2 平行，$\angle 1=48^\circ$、$\angle 2=45^\circ$，求 $\angle 3=$？



◎**解題思維**：圖中的 $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 三個角好像沒有關係，需要畫輔助線來幫助思考！

$\boxed{解}$：畫出過 B 點且平行直線 L_1、L_2 的直線 L_3：



直線 L_3 將 $\angle 3$ 切分成兩個角 $\angle 4$、$\angle 5$。

$\angle 4$ 與 $\angle 1$ 為內錯角，因為 $L_3 // L_1$，所以 $\angle 4=\angle 1=48^\circ$；

$\angle 5$ 與 $\angle 2$ 為內錯角，因為 $L_3 // L_2$，所以 $\angle 5=\angle 2=45^\circ$。

$\angle 3=\angle ABC=\angle 4+\angle 5=48^\circ+45^\circ=93^\circ$。

重點提問

1.根據上面的課文，請問什麼是「截線」？什麼是「截角」？

請舉一個例子並說明。

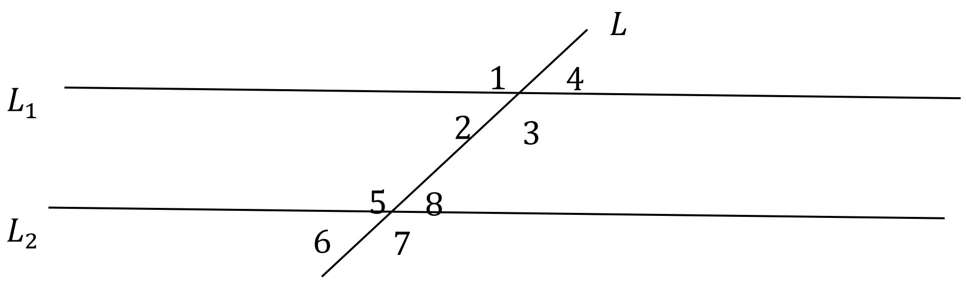
2.根據上面的課文，截角依據相關位置可以分成那些類？

請解釋各類的意思並利用提問一的例子作說明。

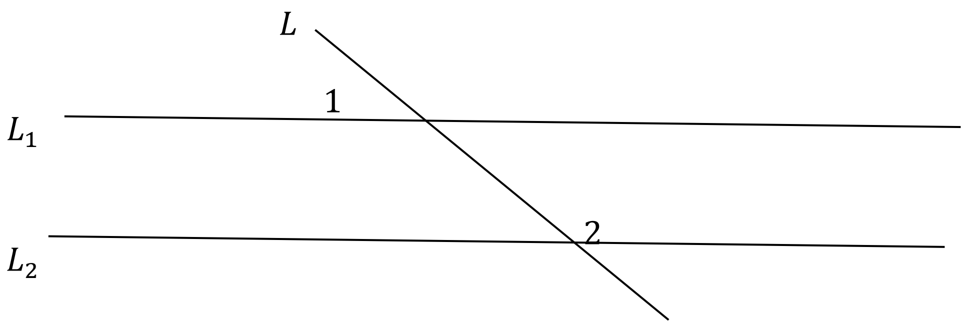
3.根據上面的課文，兩條平行線被一條直線所截時，所產生的截角會有那些性質？請舉一個例子並說明。

• **隨堂練習：**

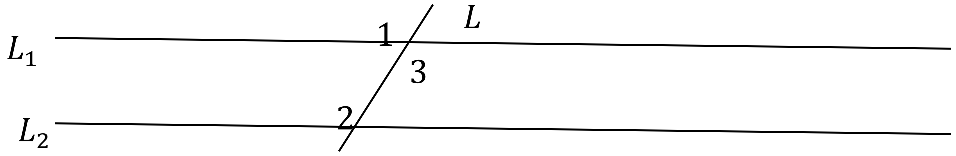
1. 下圖中，兩條線直線 L_1、L_2 平行，直線 L 為其截線，∠1、∠2、∠3、∠4、∠5、∠6、∠7、∠8 為截角，其中∠8=35°，求其它七個截角分別為多少？



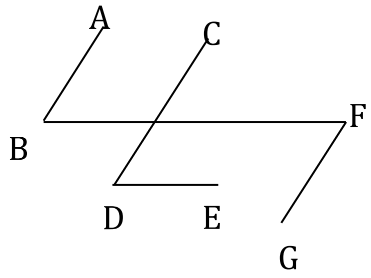
2.下圖中，兩條線直線 L_1、L_2 平行，直線 L 為其截線，∠1、∠2、為其截角，其中∠1=x°、∠2=$(3x-20)$°，求 x=？



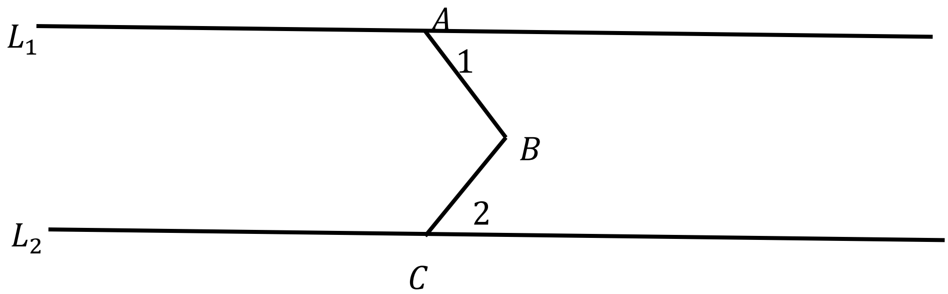
3.下圖中，一組平行線 L_1、L_2 被截線 L 所截，∠1=$3x$°、∠2=$(x+100)$°、∠3=$3y$°，求 x=？y=？



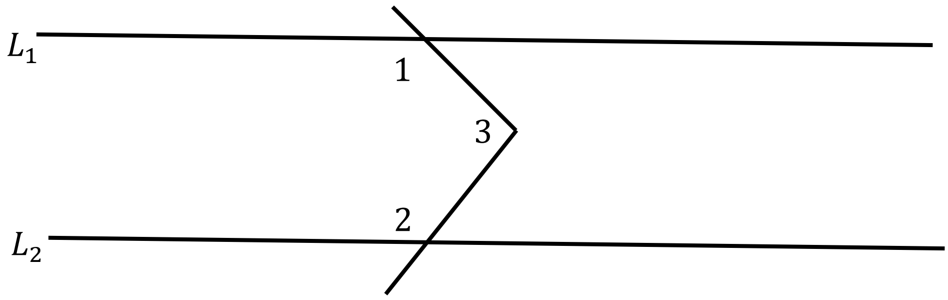
4.如圖，$\overline{CD}//\overline{FG}$，$\overline{BF}//\overline{DE}$，$\angle BFG=(x+33)°$、$\angle CDE=(6x+3)°$，求 $x=$？



5.下圖中，兩條線直線 L_1、L_2 平行，$\angle 1=32°$、$\angle 2=28°$，求$\angle ABC=$？



6.下圖中，兩條線直線 L_1、L_2 平行，$\angle 1=145°$、$\angle 2=140°$，求$\angle 3=$？



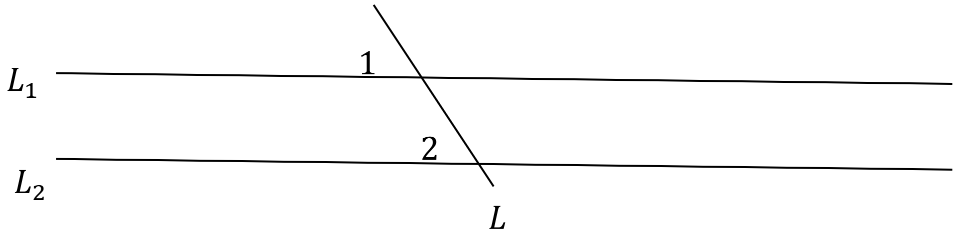
還是不太懂，請看下面影片

截線與截角 https://youtu.be/TXZRB7pdYyY	平行線截角性質 https://youtu.be/iMZ0P-3dA4M	例題二~四 https://youtu.be/o_oY6vtcnD0
例題五+更多例題 https://youtu.be/aM3QKB-b-9I	更多例題 https://youtu.be/EUZHoHoqzy4	

課文C：　利用截角判別平行

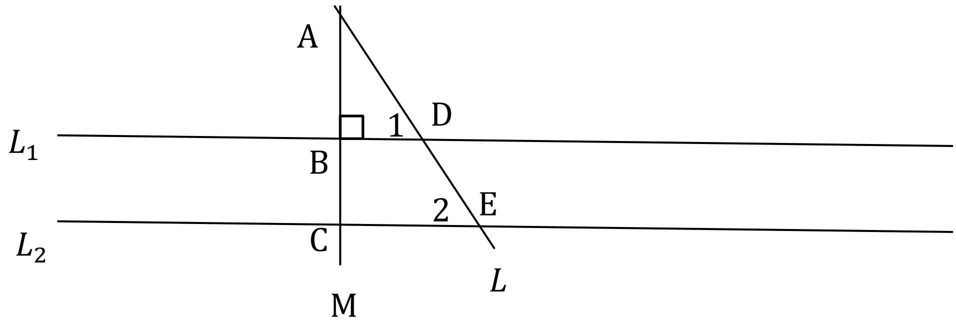
前面我們知道兩條平行線的三種截角性質：同位角會相等、同側內角會互補、內錯角會相等。

如下圖，L 為直線 L_1、L_2 的截線，截角∠1、∠2 是同位角。



反過來說，當一組同位角相等時，例如∠1=∠2，直線 L_1、L_2 這兩條線會平行嗎？要說明這件事情，就是要檢查在一組同位角相等的前提下，是否能找到一條直線同時與直線 L_1、L_2 垂直。

首先，先找出一條與直線 L_1 垂直的直線 M，並且令直線 M 分別與直線 L_1、L_2 交於 B、C 兩點，截線 L 分別與直線 L_1、L_2 交於 D、E 兩點，而直線 M 與直線 L 交於 A 點。如下圖：



設∠1=∠2=50°

在直角△ABD 中，∠ABD=90°，∠1=50°，得∠A=40°

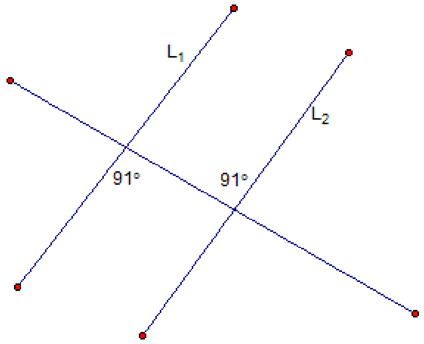
在△ACE 中，因為∠2=50°，∠A=40°，所以∠ACE=90°

因此，直線 M 也會與直線 L_2 垂直。也就是說，當有一組同位角相等時，可以找到一條直線同時與直線 L_1、L_2 垂直，所以直線 L_1、L_2 會平行。

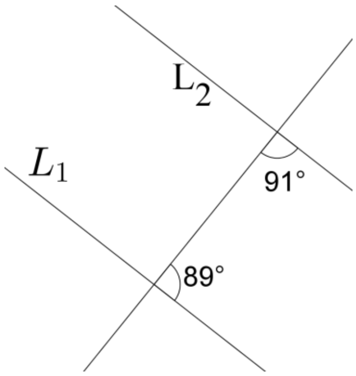
接著，我們來看內錯角相等與同側內角互補的情況。

例題一：依據下列各圖中所給的資訊，判斷圖形中 L_1 與 L_2 是否平行？

(1)

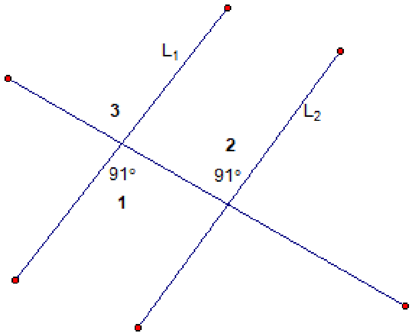


(2)



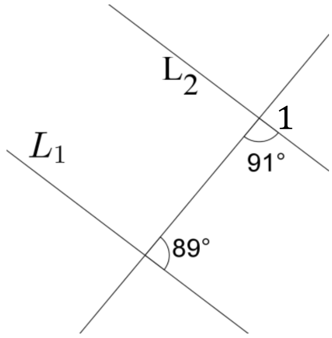
解：(1)如右圖，從位置來看，∠1、∠2 這兩個角的關係是內錯角，而且相等，其中∠1 的對頂角是∠3。

因為∠2=∠3(同位角相等)，所以 L_1 與 L_2 會平行。



(2)從位置來看，91°、89°這兩個角的關係是一組同側內角，而且互補。從圖中可以得知 91°的鄰角∠1=(180−91)°=89°。

因為圖中∠1、89°這組同位角相等，所以 L_1 與 L_2 平行

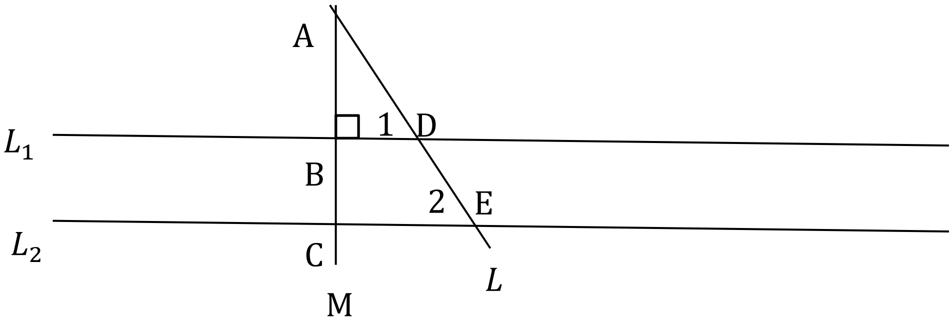


從例題一，我們可以得到以下結論：

當有**一組內錯角相等**時，就可以得到有一組同位角相等，所以 L_1 與 L_2 會平行；

當有**一組同側內角互補**時，就可以得到有一組同位角相等，所以 L_1 與 L_2 會平行。

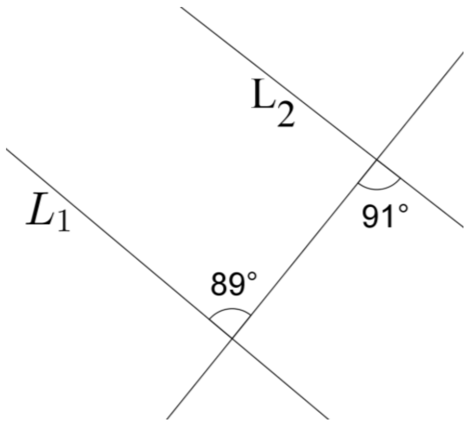
我們延續前面的討論，接著說明當有一組同位角不相等時，被截的兩條直線是否會平行。如下圖，已知$\angle ABD=90^\circ$



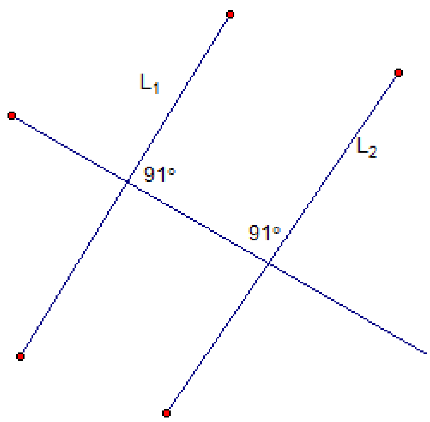
因為$\angle ACE=180^\circ-\angle A-\angle 2$，且$\angle ABD=180^\circ-\angle A-\angle 1$，所以$\angle ACE$會不會等於$\angle ABD(=90^\circ)$，可由$\angle 1$與$\angle 2$是否會相等來決定。當有一組同位角不相等時，例如$\angle 1$與$\angle 2$不相等，$\angle ACE$與$\angle ABD(=90^\circ)$也不會相等，即找不到一條直線可以同時與直線$L_1$、$L_2$垂直，那麼直線$L_1$、$L_2$也不會平行。接著我們來看內錯角不相等與內側內角不互補的情況。

例題二：依據下列各圖中所給的資訊，判斷圖形中L_1與L_2是否平行？

(1)



(2)

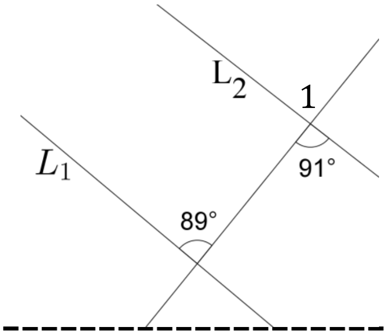


$\boxed{解}$：(1)這兩個角是內錯角，分別是 91°跟 89°。

從圖中可以得知 91°的對頂角 $\angle 1=91^\circ$。

因為圖中 $\angle 1$、89°這組同位角不相等，

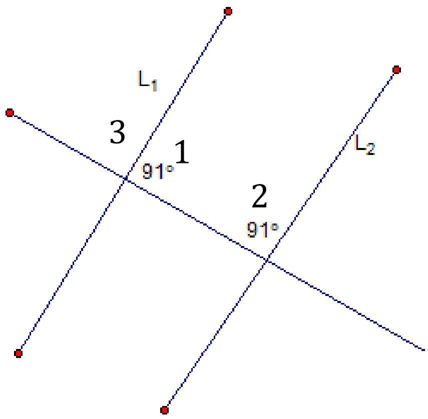
所以 L_1 與 L_2 不平行。



(2)從位置來看，$\angle 1$、$\angle 2$ 這兩個角的關係是一組同側內角，而且不互補。從圖中可以得知 $\angle 1$ 的鄰角 $\angle 3=(180-91)^\circ=89^\circ$。

因為圖中 $\angle 3$、$\angle 2$ 這組同位角不相等，

所以 L_1 與 L_2 不平行

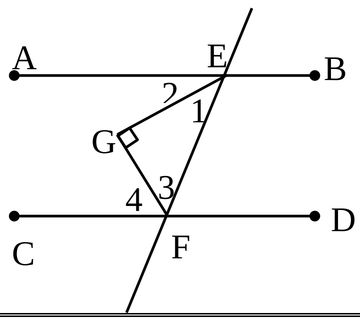


從以上討論，我們可以得到以下結論:

當有**一組內錯角不相等**時，就會得到有一組同位角不相等的事實，所以 L_1 與 L_2 也不會平行。

當有**一組同側內角不互補**時，就會得到有一組同位角不相等的事實，所以 L_1 與 L_2 也不會平行。

例題三：如右圖，$\overleftrightarrow{EF}$ 截 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 於 E、F 兩點，且 $\overrightarrow{EG}$ 跟 $\overrightarrow{FG}$ 分別為 $\angle AEF$、$\angle CFE$ 之角平分線，若 $\overline{EG}\perp\overline{FG}$，證明 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$。



◎解題思維：

要驗證 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 是否平行，可以檢查 $\angle AEF$、$\angle CFE$ 這組同側內角是否互補。

解：

$\overrightarrow{EG}$ 為 $\angle AEF$ 之角平分線，所以 $\angle 1=\angle 2$(設均為 $a°$)；

$\overrightarrow{FG}$ 為 $\angle CFE$ 之角平分線，所以 $\angle 3=\angle 4$(設均為 $b°$)。

則 $\angle AEF=\angle 1+\angle 2=2a°$、$\angle CFE=\angle 3+\angle 4=2b°$。

又 $\overline{EG}\perp\overline{FG}$，所以 $\angle FGE=90°$，因此 $\angle 1+\angle 3=90°$，

也就是 $a+b=90$

$\angle \mathrm{AEF}+\angle \mathrm{CFE}=2a°+2b°=180°$

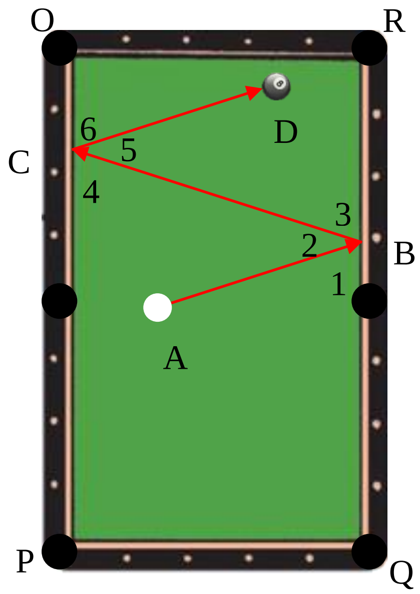
得 $\angle$AEF 和 $\angle$CFE 這組同側內角互補，所以 $\overline{AB}//\overline{CD}$。

例題四：右圖為撞球桌上的白球由 A 點連續碰撞桌邊 B、C 兩點後停在 D 點的路線，已知 $\overline{OP}//\overline{QR}$，$\angle 1=\angle 3$，$\angle 4=\angle 6$，請問

(1) $\angle 1$ 與 $\angle 6$ 是否相等？

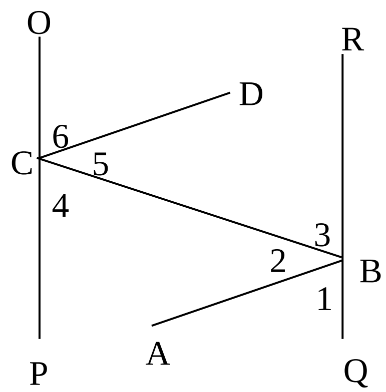
(2) $\angle 2$ 與 $\angle 5$ 是否相等？

(3) $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 是否平行？



◎解題思維：

圖看起來有點複雜，簡化一下圖形



$\boxed{\text{解}}$：

(1)看 $\overline{OP}$ 、$\overline{QR}$ 這兩條線：

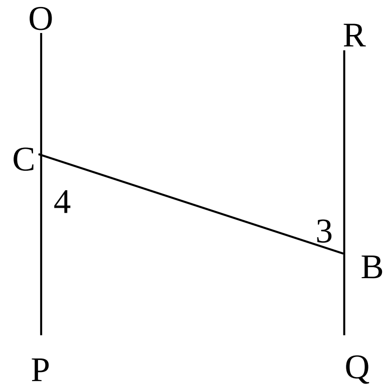
$\overleftrightarrow{BC}$ 是 $\overline{OP}$ 、$\overline{QR}$ 的截線，

其中 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 為內錯角。

因為 $\overline{OP}//\overline{QR}$，所以內錯角相等，$\angle 3=\angle 4$。

又 $\angle 1=\angle 3$，$\angle 4=\angle 6$，

所以 $\angle 1=\angle 3=\angle 4=\angle 6$。



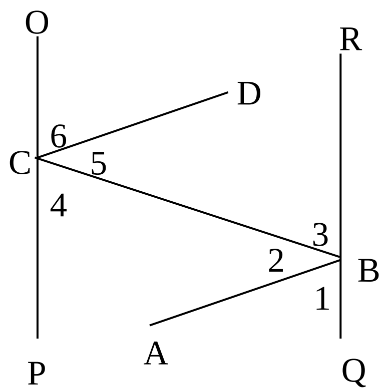
(2) $\angle 1+\angle 2+\angle 3=180^{\circ}$，

而且 $\angle 4+\angle 5+\angle 6=180^{\circ}$。

所以 $\angle 1+\angle 2+\angle 3=\angle 4+\angle 5+\angle 6$

$$\cancel{\angle 1}+\angle 2+\cancel{\angle 3}=\cancel{\angle 4}+\angle 5+\cancel{\angle 6}$$

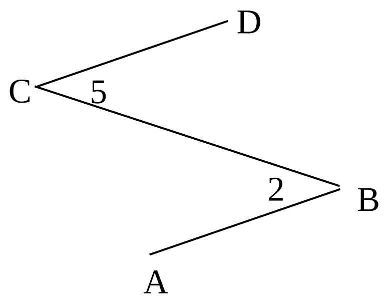
得到 $\angle 2=\angle 5$



(3)看 $\overline{CD}$ 、$\overline{AB}$ 這兩條線：

$\overleftrightarrow{BC}$ 是 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 的截線，其中 $\angle 2$ 和 $\angle 5$ 兩個截角為內錯角。

因為 $\angle 2=\angle 5$，內錯角相等，所以 $\overline{AB}//\overline{CD}$ 。



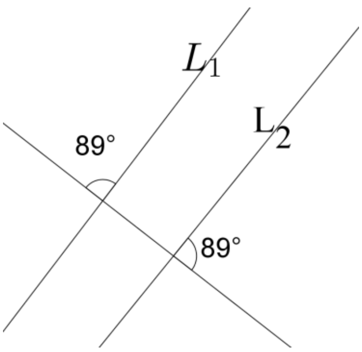
重點提問

1.根據上面的課文，兩條線被一條直線所截，當截角滿足什麼條件時，可以判定這兩直線平行？

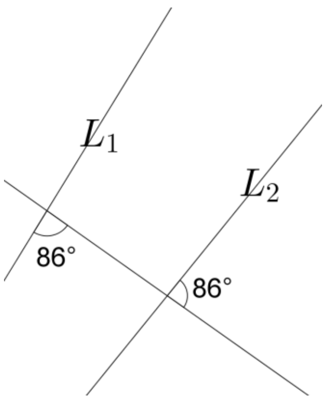
• 隨堂練習：

1. 依據圖面所給的資訊，判斷圖形中 L_1 與 L_2 是否平行？

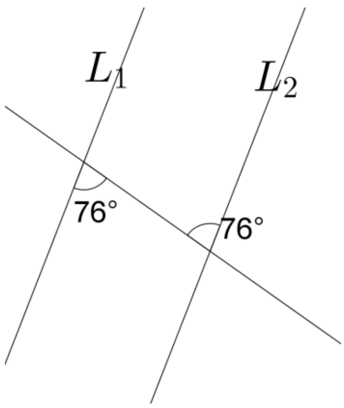
(1)



(2)

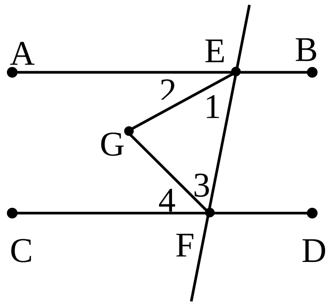


(3)



2.如右圖，$\overleftrightarrow{EF}$ 截 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 於 E、F 兩點，

且∠2+∠4=∠EGF，證明證明 $\overline{AB}//\overline{CD}$ 。



3.右圖為撞球桌上的白球由 A 點連續碰撞桌邊 B、C 兩點後停在 D 點的路線，

已知 $\overline{OP}//\overline{QR}$ ，∠1=∠3=50°，∠4=∠6=40°，請問

(1)∠2+∠5= ？

(2) $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 是否平行？