

單元三 資料的集中量

課文A： 眾數

鞋廠想要瞭解國中生最需要哪種型號的球鞋，調查了百貨商場第一季學生球鞋的銷售情況，得到資料如下表：

球鞋尺碼 (美國標準)	5.5	6	6.5	7	7.5
銷售量(雙)	30	50	100	60	40

由於預算有限，所以沒辦法進貨太多球鞋，根據上面的統計當中，應該要優先買進哪種鞋碼的男球鞋？

從資料中可以看出來：「第一季中，鞋碼 6.5 號的球鞋賣出最多雙」，所以下次進貨的時候應該要優先買進 6.5 號的學生球鞋。

在討論一組資料時，出現次數最多的資料類別或數值，就稱該類別或數值為這群資料的「眾數」。

像是上面的例子中，百貨商場銷售學生球鞋鞋號的眾數就是 6.5 號。

再來看看另外一個例子，下表是校慶班上訂購飲料的數量：

種類	紅茶	綠茶	烏龍茶	菊花茶	檸檬汁	養樂多
數量(人)	11	5	3	3	1	11

從資料中會發現有兩種飲料都是最多，分別是紅茶、養樂多，那麼紅茶、養樂多都是眾數。

因此我們可以知道一組資料的眾數可能不只有一個！

有時候我們會呈現出資料經過分組後的次數分配表，如下表：

數學科段考成績次數分配表

成績(分)	次數(人)
60~70	4
70~80	8
80~90	5
90~100	3
總計	20

當資料已分組，就將次數最多的區間作為眾數！

在上表當中很明顯可以發現 70~80 分的次數最多，所以我們就稱 70~80(分)為這組資料的眾數。

重點提問

- 1.根據上面的課文，請用自己的話解釋「眾數」的意思。
- 2.在解決什麼問題時可以利用眾數來決定？請舉一個例子作說明。

3.下表是班上同學數學隨堂考答對的題數次數分配表：

答對題數	0 題	1 題	2 題	3 題	4 題
次數(人)	9	2	1	1	7

(1) 請問班上這次數學隨堂考答對題數的眾數是？

(2) 你認為這個眾數可以完全代表整班的答對題數嗎？為什麼？

• 隨堂練習：

1.班上 25 位同學爸爸的年齡分別為：

45、53、40、37、45、45、50、39、36、37、37、45、45、50、45、53、40、37、37、45、50、39、36、37、45，請問班上同學爸爸年齡的眾數是幾歲？

2.下表為班上同學上學方式的次數分配表：

上學方式	走路	搭公車	騎腳踏車	家長接送
次數(人)	11	3	5	11

請問班上同學上學方式的眾數是？

3.下表為三年乙班全班同學的身高次數分配表：

身高(公分)	次數(人)
150~155	9
155~160	8
160~165	12
165~170	7
170~175	4
總計	40

這組資料的眾數是哪一個區間呢？

課文B： 平均數

接下來我們來想另外一個問題。以下為班上的第一次的數學段考成績(分)：59、60、64、65、67、70、72、74、75、76、78、80

如果想找出一個數代表班上整體的數學段考成績可以怎麼做呢？通常我們可以利用「平均數」來代表！平均數的算法就是「將所有資料的總和除以總次數」，例如：

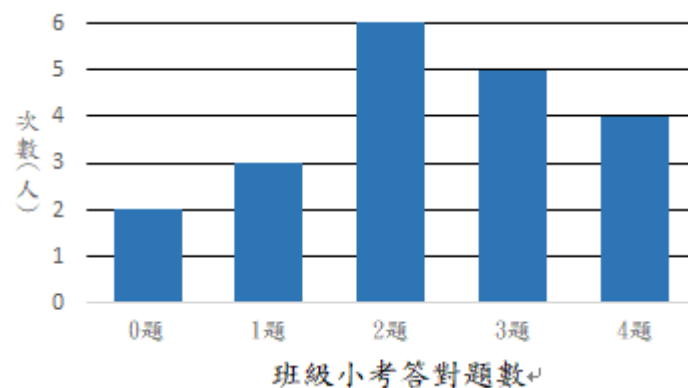
班上分數平均

$$= (59 + 60 + 64 + 65 + 67 + 70 + 72 + 74 + 75 + 76 + 78 + 80) \div 12 = 70$$

我們就可以用 70 分代表班上整體的數學成績。

但是有時候當資料數據非常多時，通常只會呈現整理過的圖表，這時候我們就要藉由圖表的資訊看出次數及所有資料的總和！

例題一：下圖是班上某次小考答對題數的長條圖，求這次小考全班的平均答對題數。



※解題思維：平均 = 所有資料的總和 ÷ 總次數，

所以要先知道答對總題數（所有資料的總和）及總人數（總次數）。

解：

答對 0 題的學生有 2 人，這組學生的總答對題數為 $0 \times 2 = 0$ 題；

答對 1 題的學生有 3 人，這組學生的總答對題數為 $1 \times 3 = 3$ 題；

答對 2 題的學生有 6 人，這組學生的總答對題數為 $2 \times 6 = 12$ 題；

答對 3 題的學生有 5 人，這組學生的總答對題數為 $3 \times 5 = 15$ 題；

答對 4 題的學生有 4 人，這組學生的總答對題數為 $4 \times 4 = 16$ 題。

因此全班所有學生總答對題數有 $0 + 3 + 12 + 15 + 16 = 46$ 題，

全班總共有 $2 + 3 + 6 + 5 + 4 = 20$ 位學生。

所以這次小考全班的平均答對題數為

全班所有學生總答對題數 \div 總人數 $= 46 \div 20 = 2.3$ (題)。

當蒐集到的資料非常廣泛而且又屬於連續性的資料時，我們通常會分組進行整理。像是單元二的，數學科段考成績次數分配表：

成績(分)	次數(人)
60~70	4
70~80	8
80~90	5
90~100	3
總計	20

當資料經過分組後，就已經看不到那個區間資料的實際數字了。而這種經過分組整理後的圖表要怎麼算出平均數呢？

我們要先找出各組的代表數字。事實上，我們會取每組的中間值來代表各組的資料，例

如 60~70 分 4 人，我們就取 60~70 分的組中點 65 分來代表這 4 人的分數；

成績(分)	次數(人)
60~70	4
70~80	8
80~90	5
90~100	3
總計	20

65 代表這組的分數

85 代表這組的分數

找到各組的代表分數後，再算所有資料的總和並除以總次數，所得到的值就可以拿來當作平均數了。

成績(分)	次數(人)	各組的代表分數 (組中點)	各組學生的 總分
60~70	4	65	$65 \times 4 = 260$
70~80	8	75	$75 \times 8 = 600$
80~90	5	85	$85 \times 5 = 425$
90~100	3	95	$95 \times 3 = 285$
總計	20		1570

全班的段考數學平均分數=總分÷總人數= $1570 \div 20 = 78.5$ ，所以班上數學的平均分數為 78.5(分)。

平均數可以說是一種比較客觀的表示數值，可以拿來代表整體。在考試成績之類的資料常常會遇見，像是老師公布第一次段考數學的平均成績，同學就可以了解自己與全班平均分數的差距。下面再來練習一題與考試成績平均相關的問題！

例題二：數強國中三年級共有甲、乙、丙三班，三班的人數分別是 32 人、30 人與 38 人，期末考三班的數學成績平均分別是 80 分、72 分與 70 分，請問全校三年級期末考的數學成績平均是多少分？

※解題思維：平均 = 所有的總和 ÷ 總次數，

要先知道三個班的總分（所有的總和）及總人數（總次數）。

解：

甲班人數有 32 人，期末考的數學平均分數為 80 分；

乙班人數有 30 人，期末考的數學平均分數為 72 分；

丙班人數有 38 人，期末考的數學平均分數為 70 分。

所以數強國中三年級的總人數有 $32 + 30 + 38 = 100$ 人。

由平均分數的算法可知：

班級平均 = 班級總分 ÷ 班級人數 ⇒ 班級總分 = 班級平均 × 班級人數

甲班有 32 人，平均分數為 80 分，甲班總分 = $80 \times 32 = 2560$ ；

乙班有 30 人，平均分數為 72 分，乙班總分 = $72 \times 30 = 2160$ ；

丙班有 38 人，平均分數為 70 分，丙班總分 = $70 \times 38 = 2660$ 。

數強國中三年級所有人的數學期末考總和

= 甲、乙、丙三班所有人的數學期末考總和

= $2560 + 2160 + 2660 = 7380$

全校三年級數學成績平均 = $7380 \div 100 = 73.8$ (分)。

重點提問

1. 如何計算一組資料的平均值，請舉一個例子作說明。

2. 根據上面的課文，請用自己的話解釋「平均數」的意思，它又有什麼意義？

3.在計算平均數時，次數太多或資料太大，計算就會非常辛苦，這時候可以利用基準點來求平均數，這樣會比較容易計算。以下就是利用設置基準點來求平均數的方法。

下表為班上 40 位同學訂購午餐的數量與價錢：

類別	雞排飯	排骨飯	牛肉飯	控肉飯	咖哩飯
價格(元)	82	77	92	82	67
數量(人)	8	10	11	7	4

步驟 1：從資料值中，找一個較適當的數值當基準點，這題挑選 82 當作基準點。

步驟 2：計算每一個資料組與基準點的差。

類別	雞排飯	排骨飯	牛肉飯	控肉飯	咖哩飯
價格(元)	82	77	92	82	65
價格-基準點	0	-5	10	0	-17

步驟 3：計算每一個資料的 (資料值-基準點) × 次數。

步驟 4：將步驟 3 的每一個乘積相加，可以得到總和是 -8。

類別	雞排飯	排骨飯	牛肉飯	控肉飯	咖哩飯
價格(元)	82	77	92	82	67
價格-基準點	0	-5	10	0	-17
數量(人)	8	10	11	7	4
(價格-基準點) × 次數	0	-50	110	0	-68

步驟 5：計算基準點 + 平均每人比基準點多 (少) 幾元，

$$82 + \frac{(-8)}{40} = 82 + (-0.2) = 81.8$$

則班上同學訂購午餐平均花了 81.8 元。

請試著想想看，為什麼這樣就可以算出平均？

• 隨堂練習：

1. 以下為班上第二次的數學段考成績(分)：

58、61、68、68、69、71、71、71、72、73、77、81

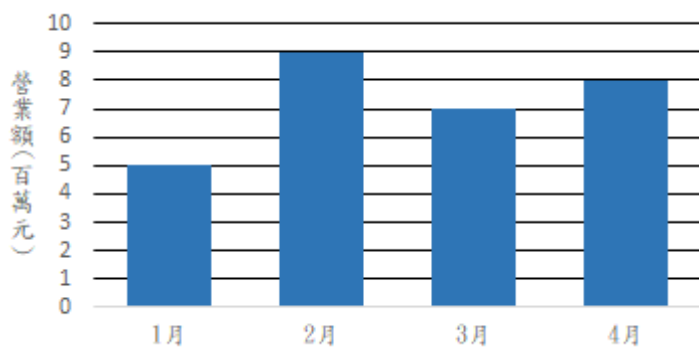
請問這班上第二次的數學段考平均成績為幾分？

2. 下表為班上同學訂購午餐的數量與價錢：

類別	雞排飯	排骨飯	牛肉飯	控肉飯	咖哩飯	素食餐
價格(元)	80	75	90	80	65	60
數量(人)	6	10	11	5	4	4

請問班上每人訂購午餐平均花費多少元？

3. 下圖為某餐廳去年第一季每個月營業額的長條圖：



求去年第一季的平均營業額。

4.下表為班上學生數學成績次數分配表：

成績(分)	0~20	20~40	40~60	60~80	80~100
次數(人)	7	5	9	10	9

求班上學生數學的平均成績。

5.班上有男生 22 人、女生 18 人；男生平均 70 公斤，女生平均 50 公斤；
請問全班的平均體重是多少公斤？

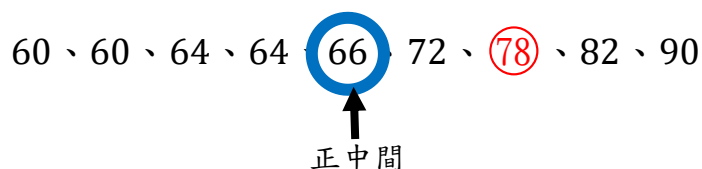
課文C： 中位數

接下來這篇課文要學習「中位數」的概念，先來想想一個問題。下表為小安及班上同學數學小考成績，在這次小考當中，小安的數學小考成績比一半的人好還是比一半的人差呢？

小安	1 號	2 號	3 號	4 號	5 號	6 號	7 號	8 號
78 分	66 分	72 分	82 分	64 分	60 分	90 分	64 分	60 分

對於觀察整組資料一半的情況，其實我們可以藉由中間值，就可以輕易判斷出來某一個資料是位在前 $\frac{1}{2}$ 還是位在後 $\frac{1}{2}$ 了！

全班總共有 9 位同學，先將班上所有成績由小排到大： $9 \div 2 = 4 \cdots 1$ ，表示分成前面 4 個、後面 4 個，正中間是第 5 個資料。



正中間第 5 個資料是 66 (分)，代表小於 66 (分) 的同學大約占全部的 $\frac{1}{2}$ 、大於 66 (分) 的同學大約占全部的 $\frac{1}{2}$ 。小安的成績是 78 分，大於 66 分，所以是比一半的人還要高分。而這組資料正中間的這個數據 66 分就稱為這組資料的「中位數」。

有時候當資料數據非常多時，只會呈現整理過的圖表，這時候我們就要藉由圖表的資訊看出次數，並找出正中間位置的值！

例題一：下表是班上每位同學家庭人口數的次數分配表，請求出班上同學家庭人口數的中位數。

家庭人口數(口)	3	4	5	6	7	8	9
學生人數(人)	7	6	3	1	1	2	1

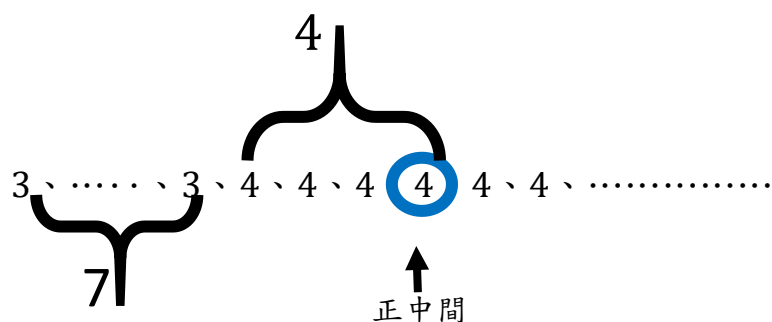
※解題思維：將每位同學家的人口數從小到大排列，正中間的同學，他家裡的人口數才是中位數。

解：先計算一下班上總共 $7 + 6 + 3 + 1 + 1 + 2 + 1 = 21$ 位同學。

將 $21 \div 2 = 10 \cdots 1$ ，代表有前面有 10 個、後面有 10 個，

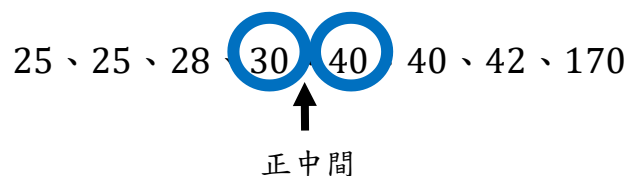
中位數是第 11 個資料。

想想看，從小排到大的第 11 個資料會是哪個數字呢？



所以班上家庭人口數的中位數是 4 (人)。

從上面的例子與例題一可以發現，奇數個資料會有正中間的數即是中位數，那麼偶數個資料呢？例如 8 個數字的中位數是什麼呢？



因為有偶數個資料，所以中間會有兩個數值，我們就再取中間兩個數值 (30 和 40) 的平均，因此我們用 35 當作這 8 個數字的中位數。

當我們蒐集到的資料非常廣泛而且又屬於連續性的資料時，我們通常會分組進行整理，這種資料表格，我們只能找出中位數在哪一組。

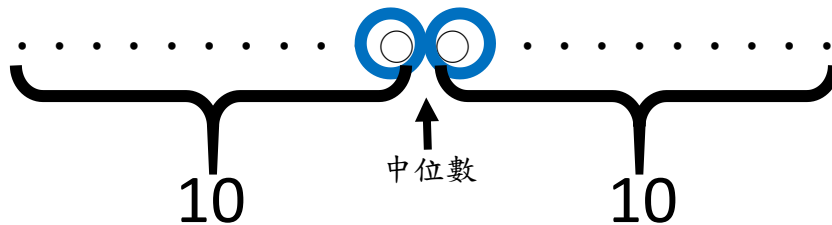
例題二：下表為班上數學科段考成績次數分配表，請問班上同學數學分數的中位數在哪一組？

成績(分)	次數(人)
60~70	4
70~80	8
80~90	5
90~100	3

※解題思維：偶數筆資料從小排到大，中位數是中間兩個數的平均。

解：將 $20 \div 2 = 10$ ，代表前面有 10 個、後面有 10 個，

中位數就在第 10、11 個資料的中間。



想想看，從小排到大的第 10、11 個資料會在哪一組呢？

由累積次數可以知道：

成績(分)	次數(人)	累積次數(人)
60~70	4	4
70~80	8	12
80~90	5	17
90~100	3	20

累積未達第 10、11 個資料

累積超過第 10、11 個資料

第 1~4 位學生的分數在 60~70(分) 這一組，

第 5~12 位學生的分數在 70~80(分) 這一組，

從小排到大的第 10、11 個分數都會位在 70~80(分) 這一組，

所以班上同學數學分數的中位數在 70~80(分)這一組。

中位數除了可以大約知道一半的情況，是不是也能像平均數一樣，用來代表整組數據呢？現在來看一個例子！

某家公司有 7 位員工及 1 位主管，這 8 位的月薪分別是(「K」所代表的是單位「千」的意思)：25K、25K、28K、30K、40K、40K、42K、170K

這家公司的平均月薪是多少？

公司的平均月薪 = $(25 + 25 + 28 + 30 + 40 + 40 + 42 + 170) \div 8 = 50$ (K)

用平均來代表這家公司的月薪的話，你覺得適合嗎？如果你只看到「平均月薪是 50K」時，會不會覺得員工的薪水大約是 5 萬(50K)左右？這時我們就會覺得用平均月薪來代表整家公司的月薪好像不太合適，那為什麼會這樣呢？

這是因為在計算某一組資料的平均時，容易受到資料中特別大或特別小的極端值所影響，像是主管的薪水就是影響平均年齡的極端值，因此就計算出不太能代表整組資料的數值。那怎麼辦呢？這時候就可以利用中位數來代表這家公司的月薪！30K 和 40K 的平均 35K 是這個公司月薪的中位數。月薪 3 萬 5 千是不是比平均數(5 萬)更能代表這個公司的月薪。

在單元三中所介紹的三個名詞：眾數、平均數、中位數都可以代表整組數據的集中趨勢，我們就稱為資料的集中量。

• 隨堂練習：

1. 以下有兩組數據，請分別找出這兩組數據的中位數。

(1) 2、4、6、8、10、12、14

(2) 2、5、8、11、14、17、21、24

2. 下表為班上體育課時每人投籃 10 次的進球數，請找出全班同學進球數的中位數。

進球數(球)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
次數(人)	1	1	0	0	1	2	5	6	7	5	4

3. 下表為班上同學的體重次數分配表，則該班體重的中位數落在哪一組？

體重(公斤)	45~50	50~55	55~60	60~65	65~70	70~75
次數(人)	1	1	8	8	1	2