

單元六 樹狀圖

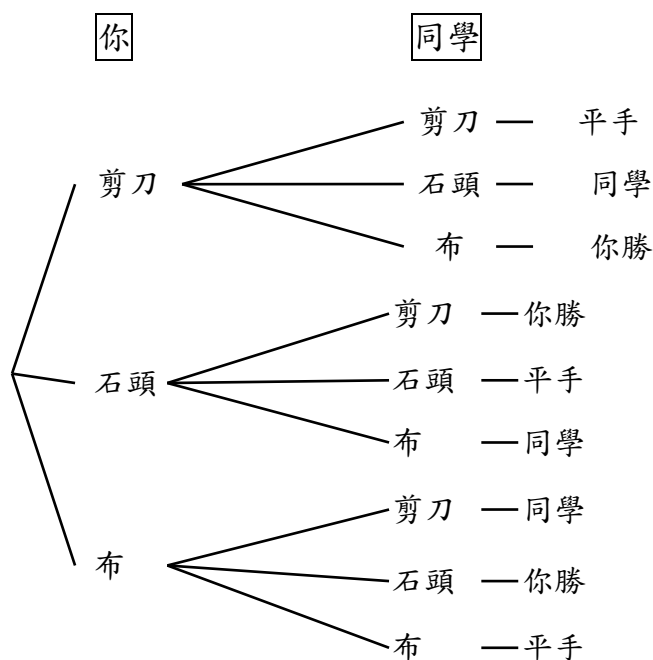
課文A： 樹狀圖

前面介紹過機率的算法，A 事件發生的機率 = $\frac{\text{A 事件所含可能情形的個數}}{\text{試驗所有可能情形的個數}}$ ，

現在想想看一個問題，如果現在你和一位同學猜拳。你贏的機率、同學贏的機率、平手的機率各是多少？

想要計算一件事情發生的機率，必須先要求出可能結果的個數，你可能會出剪刀、石頭、布，而同學也是這三種可能，那麼你與同學猜拳的狀況有哪些呢？

下面就來介紹計算個數很好用的方式，我們稱這種圖形為「樹狀圖」。



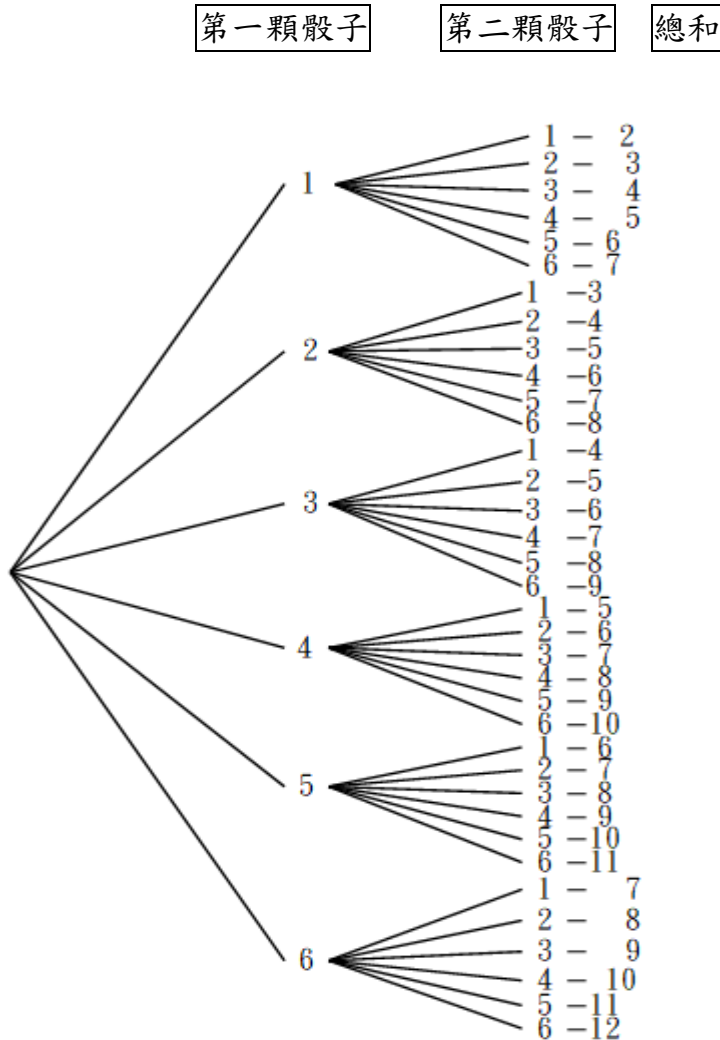
你獲勝的機率 = $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 、同學獲勝的機率 = $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 、平手的機率 = $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 。

現在來練習一題看看！

例題一：同時投擲兩顆公正的骰子，回答下列問題：

(1)點數和為 7 的機率是多少？ (2)點數和大於 10 的機率是多少？

※解題思維：可以利用樹狀圖將所有狀況列出來：



投擲兩顆公正的骰子總共有 36 種狀況。

解：(1)把兩個骰子的點數寫成數對的形式，相加為 7 的狀況為：

(6,1)、(5,2)、(4,3)、(3,4)、(2,5)、(1,6)，點數和為 7 有 6 種狀況。

同時投擲兩顆公正的骰子，點數和為 7 的機率 = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 。

(2)點數和大於 10 的：(5,6)、(6,5)、(6,6)，點數和大於 10 有 3 種狀況。

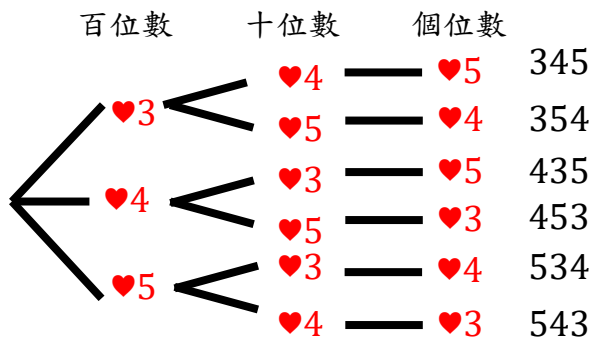
同時投擲兩顆公正的骰子，點數和大於 10 的機率 = $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ 。

例題二：用 ♥3、♥4、♥5 三張撲克牌，任意排成一個三位數，

- (1) 排出的三位數總共有幾種狀況？
- (2) 排出的三位數是偶數的機率是多少？

※解題思維：我們可以利用樹狀圖來討論這些狀況：

當百位數及十位數都擺好確定之後，個位數只會剩一種可能。



解：

(1) 從樹狀圖可以知道，用這三張撲克牌，排成三位數的狀況有 6 種。

(2) 用這三張撲克牌排成一個三位數總共可以排出 6 種不同的狀況，每一種狀況發生的機率都相等。而排出的三位數是偶數的狀況有 2 種，

分別是 354 及 534，所以排出三位數是偶數的機率 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。

重點提問

1. 根據上面的課文，怎樣可以比較有結構的方式討論出可能發生的狀況？
並舉一個例子說明。

2. 根據上面的課文，請問使用「樹狀圖」這種方式，有什麼優缺點？

• 隨堂練習：

1. 甲、乙二人進行猜拳遊戲，如果兩人出剪刀、石頭或布的機會均等，兩人猜拳一次。請問：

(1) 甲贏乙的機率是多少？

(2) 乙贏甲的機率是多少？

(3) 平手的機率是多少？

2. 小安有紅、黃、藍、綠四件不同顏色的襯衫，A、B、C 三條不同長褲及 2 雙不同的鞋子。今天 小安要穿襯衫、長褲及鞋子。

(1) 請問有多少種不同的穿著方式？

(2) 如果每一件上衣被選到的機會相等，每一條長褲被選到的機會也相等，而且每一雙鞋子被選到的機會也相等。小安今天穿著紅色襯衫的機率是多少？

3. 甲、乙各丟一顆公正骰子比大小。請問

(1) 甲與乙丟出來的點數和為 9 的機率是多少？

(2) 甲與乙丟出來的點數和大於 9 的機率是多少？

(3) 甲與乙丟出來的點數和小於 5 的機率是多少？

(4) 甲與乙丟出來的點數相加為偶數的機率是多少？

(5) 甲與乙丟出來的點數相乘為奇數的機率是多少？